CAPÍTULO 3

Estudo do movimento uniforme

GABO FIORAVANTE / KINO

1. MOVIMENTO PROGRESSIVO E RETRÓGRADO
2. FUNÇÃO HORÁRIA
3. MOVIMENTO UNIFORME (MU)
4. FUNÇÃO HORÁRIA DO MU

■ **Neste capítulo é feita a análise dos movimentos em que a velocidade escalar permanece constante no decorrer do tempo. Em tais movimentos o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais, como o pequeno ônibus da foto estroboscópica* acima.**

1. Movimento progressivo e retrógrado

O movimento é chamado **progressivo** quando o móvel caminha a favor da orientação positiva da trajetória (figura 1a). Seus espaços **crescem** no decurso do tempo e sua velocidade escalar é **positiva**.

O movimento é chamado **retrógrado** quando o móvel caminha contra a orientação positiva da trajetória (figura 1b). Seus espaços **decrescem** no decurso do tempo e sua velocidade escalar é **negativa**.

a) b)

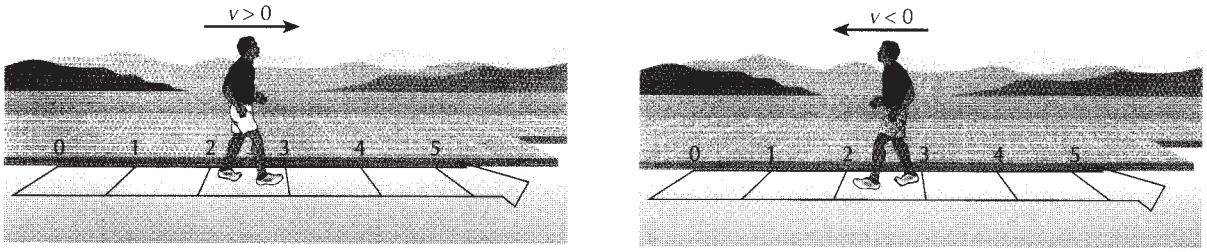


Figura 1. Observe que o sinal atribuído à velocidade escalar indica apenas o sentido do movimento.

ANTHONY MARSLAND / STONE-GETTY IMAGES

◄ **Orientando-se a trajetória da direita para a esquerda, qual dos pedestres tem movimento progressivo e qual tem movimento retrógrado?**

* As fotos estroboscópicas permitem visualizar a trajetória descrita por um corpo em relação a um determinado referencial. Nestas fotos, o obturador da máquina fotográfica é aberto em pequenos, e iguais, intervalos de tempo, registrando no filme as sucessivas posições do corpo em movimento.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

2. Função horária

Considere um ponto material em movimento em relação a um dado referencial. Com o decorrer do tempo seu espaço varia. A função que relaciona o espaço s com os correspondentes instantes t é denominada **função horária do movimento** e é representada genericamente por $s = f(t)$, expressão que se lê: s é uma função de t.

Toda vez que fornecemos uma função horária, devemos indicar as unidades: se s estiver em metros (m) e t em segundos (s), a unidade da velocidade v será m/s; se s estiver em quilômetros (km) e t em horas (h), a unidade de v será km/h.

Exemplos:

a) $s = 10 + 5t$ (s em metros e t em segundos)

A função horária descreve o movimento indicando matematicamente como o espaço varia com o tempo. Assim, para o exemplo dado, atribuindo-se valores a t, obtemos valores de s, chegando à tabela horária da descrição do movimento do móvel (P):

Como $s = 10 + 5t$, temos:

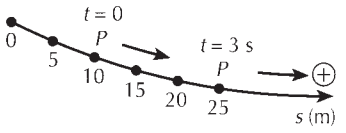
$t = 0$: $s = 10 + 5 \cdot 0 \Rightarrow s = 10$ m

$t = 1$ s: $s = 10 + 5 \cdot 1 \Rightarrow s = 15$ m

$t = 2$ s: $s = 10 + 5 \cdot 2 \Rightarrow s = 20$ m

$t = 3$ s: $s = 10 + 5 \cdot 3 \Rightarrow s = 25$ m

t (s)	s (m)
0	10
1	15
2	20
3	25



Nesse exemplo, o espaço do móvel cresce no decurso do tempo e, portanto, o movimento é **progressivo**.

b) $s = 20 - 5t$ (s em metros e t em segundos)

Para esse exemplo, temos:

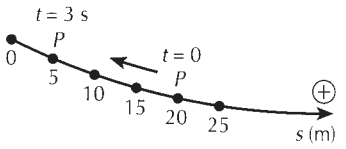
$t = 0$: $s = 20 - 5 \cdot 0 \Rightarrow s = 20$ m

$t = 1$ s: $s = 20 - 5 \cdot 1 \Rightarrow s = 15$ m

$t = 2$ s: $s = 20 - 5 \cdot 2 \Rightarrow s = 10$ m

$t = 3$ s: $s = 20 - 5 \cdot 3 \Rightarrow s = 5$ m

t (s)	s (m)
0	20
1	15
2	10
3	5



Nesse exemplo, o espaço do móvel decresce no decurso do tempo e, portanto, o movimento é **retrógrado**.

c) $s = 8 - 4t + t^2$ (s em metros e t em segundos)

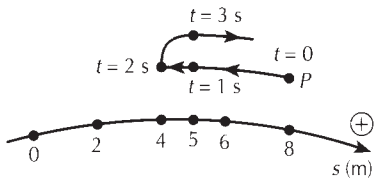
$t = 0$: $s = 8 - 4 \cdot 0 + 0 \Rightarrow s = 8$ m

$t = 1$ s: $s = 8 - 4 \cdot 1 + 1^2 \Rightarrow s = 5$ m

$t = 2$ s: $s = 8 - 4 \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow s = 4$ m

$t = 3$ s: $s = 8 - 4 \cdot 3 + 3^2 \Rightarrow s = 5$ m

t (s)	s (m)
0	8
1	5
2	4
3	5



Nesse exemplo, o movimento do móvel foi inicialmente retrógrado e depois, progressivo.

O instante $t = 0$ é chamado **origem dos tempos** (corresponde ao instante em que o cronômetro é acionado) e o espaço do móvel nesse instante é chamado **espaço inicial**, sendo indicado por s_0.

Espaço inicial (s_0) é o espaço do móvel no instante $t = 0$.

Nos exemplos citados, os espaços iniciais são: a) $s_0 = 10$ m; b) $s_0 = 20$ m; c) $s_0 = 8$ m.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

3. Movimento uniforme (MU)

Movimentos que possuem **velocidade escalar instantânea constante** (não-nula) são chamados **movimentos uniformes**. Portanto, se a velocidade escalar é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a velocidade escalar média, qualquer que seja o intervalo de tempo considerado:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

Sendo assim, **no movimento uniforme, o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.**

4. Função horária do MU

No movimento uniforme, a velocidade escalar instantânea é constante e coincide com a velocidade escalar média, qualquer que seja o intervalo de tempo. Portanto, de $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ resulta $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Fazendo $\Delta s = s - s_0$ e $\Delta t = t - 0 = t$, vem:

$$v = \frac{s - s_0}{t} \Rightarrow v \cdot t = s - s_0 \Rightarrow \boxed{s = s_0 + vt}$$ **função horária do MU**

A função horária do movimento uniforme é do primeiro grau em t. Nessa função, s_0 e v são constantes com o tempo; v é a velocidade escalar do movimento; $v > 0$ quando o movimento é progressivo; $v < 0$ quando o movimento é retrógrado.

Vejamos alguns exemplos, considerando s em metros e t em segundos:

$s = s_0 + vt$	s_0	v	Progressivo/Retrógrado
$s = 10 + 5t$	$s_0 = 10$ m	$v = +5$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = 30 + 20t$	$s_0 = 30$ m	$v = +20$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = 60 - 8t$	$s_0 = 60$ m	$v = -8$ m/s	$v < 0$, retrógrado
$s = 0{,}3 - 0{,}7t$	$s_0 = 0{,}3$ m	$v = -0{,}7$ m/s	$v < 0$, retrógrado
$s = 12 + t$	$s_0 = 12$ m	$v = +1$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = 9t$	$s_0 = 0$	$v = +9$ m/s	$v > 0$, progressivo
$s = -8t$	$s_0 = 0$	$v = -8$ m/s	$v < 0$, retrógrado

Resumindo, temos:

Movimento uniforme

$s = s_0 + vt$ $\quad v = \text{constante} \neq 0$ $\quad v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Essas funções definem o MU em qualquer tipo de trajetória.

Exercícios resolvidos

R.11 Um móvel realiza um movimento uniforme num determinado referencial. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t (s)	0	1	2	3	4
s (m)	20	28	36	44	52

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

a) Determine o espaço inicial s_0 e a velocidade escalar v do movimento.
b) O movimento é progressivo ou retrógrado?
c) Qual é a função horária do movimento?

Solução:

a) Da tabela observamos que no instante $t = 0$ o espaço do móvel é: $\boxed{s_0 = 20 \text{ m}}$

Para o cálculo da velocidade escalar do movimento basta observar na tabela que, para cada intervalo de tempo igual a 1 s, a variação do espaço do móvel é de 8 m. Assim, sendo $\Delta t = 1$ s e $\Delta s = 8$ m, vem:

$$v = v_m \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{8}{1} \Rightarrow \boxed{v = 8 \text{ m/s}}$$

b) Sendo $v = 8 \text{ m/s} > 0$, concluímos que o movimento é **progressivo**. Os espaços crescem no decurso do tempo e o móvel caminha a favor da orientação positiva da trajetória.

c) A função horária do movimento uniforme é $s = s_0 + vt$. Sendo $s_0 = 20$ m e $v = 8$ m/s, vem:

$$\boxed{s = 20 + 8t} \quad (s \text{ em metros e } t \text{ em segundos})$$

Respostas: a) $s_0 = 20$ m; $v = 8$ m/s; b) progressivo; c) $s = 20 + 8t$ (s em metros e t em segundos)

R.12 É dada a função horária $s = 20 - 4t$ (para t em h e s em km), que descreve o movimento de um ponto material num determinado referencial. Os espaços s são medidos numa trajetória a partir de um marco zero. Os instantes t são lidos num cronômetro. Determine:

a) o espaço inicial e a velocidade escalar;
b) o tipo do movimento e se ele é progressivo ou retrógrado;
c) o espaço do móvel quando $t = 2$ h;
d) o instante quando o móvel está na posição cujo espaço é igual a 8 km;
e) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços (marco zero).

Solução:

a) e b) O movimento é uniforme, pois sua função horária é do primeiro grau em t:

$$s = s_0 + vt$$
$$s = 20 - 4t$$

Nessa expressão, $\boxed{s_0 = 20 \text{ km}}$ (no instante inicial o móvel está a 20 km do marco zero da trajetória) e $\boxed{v = -4 \text{ km/h}}$, constante com o tempo; seu sinal negativo significa que o movimento é retrógrado, isto é, o móvel caminha no sentido contrário ao da orientação da trajetória, aproximando-se do marco zero.

c) Substituindo t por 2 h em $s = 20 - 4t$, vem: $s = 20 - 4 \cdot 2 = 20 - 8 \Rightarrow \boxed{s = 12 \text{ km}}$

d) Substituindo s por 8 km em $s = 20 - 4t$, temos: $8 = 20 - 4t \Rightarrow 4t = 20 - 8 \Rightarrow 4t = 12 \Rightarrow \boxed{t = 3 \text{ h}}$

e) O móvel passa pela origem dos espaços quando seu espaço s é nulo, isto é, $s = 0$.

Em $s = 20 - 4t$, temos: $0 = 20 - 4t \Rightarrow 4t = 20 \Rightarrow \boxed{t = 5 \text{ h}}$

Respostas:
a) 20 km; −4 km/h; b) uniforme retrógrado; c) 12 km; d) 3 h; e) 5 h
Observações:
- Pelo exercício, observe que t e s não têm valores fixos. Em Matemática, t e s são chamados variáveis da função.
- O espaço s apenas localiza o móvel, não fornecendo nem o sentido nem a distância percorrida.

R.13 No instante $t = 0$ um móvel se encontra a +15 m do marco zero, estando em movimento uniforme com velocidade escalar 5 m/s em valor absoluto. Determine a função horária do movimento:

a) admitindo-o progressivo; **b)** admitindo-o retrógrado.

Solução:

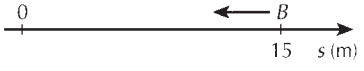
Se o movimento é uniforme, sua função horária obedece à expressão $s = s_0 + vt$, na qual $s_0 = 15$ m e v pode ser +5 m/s (se progressivo) ou −5 m/s (se retrógrado).

Respostas:

a) $s_A = 15 + 5t$ (t em segundos e s em metros)
b) $s_B = 15 - 5t$ (t em segundos e s em metros)

Movimento progressivo

Movimento retrógrado



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

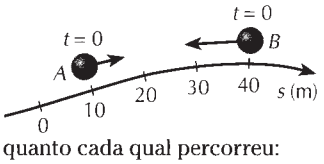
Exercício resolvido

Dois móveis A e B percorrem a mesma trajetória e seus espaços são medidos a partir de uma origem comum. Suas funções horárias, para s em metros e t em segundos, são: $s_A = 10 + 2t$ e $s_B = 40 - 4t$.
Determine:

a) o instante do encontro; **b)** a posição do encontro.

Solução:

a) Na figura ao lado representamos as posições dos móveis no instante $t = 0$.
O espaço inicial de A é 10 m e seu movimento é progressivo ($v = +2$ m/s).
O espaço inicial de B é 40 m e seu movimento é retrógrado ($v = -4$ m/s).



No instante do encontro os móveis têm espaços iguais, independentemente de quanto cada qual percorreu:

$$s_A = s_B$$
$$10 + 2t = 40 - 4t$$
$$2t + 4t = 40 - 10$$
$$6t = 30$$
$$\boxed{t = 5\text{ s}} \quad \text{(instante do encontro)}$$

b) Substituindo t por 5 s em qualquer uma das funções horárias, obtemos a posição do encontro:

$$s_A = 10 + 2 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{s_A = 20\text{ m}}$$

Para confirmar: $s_B = 40 - 4t \Rightarrow s_B = 40 - 4 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{s_B = 20\text{ m}}$

Respostas: a) $t = 5$ s; b) $s_A = s_B = 20$ m

Entre na rede

No endereço eletrônico **http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/uniforme/uniforme.htm** (acesso em 15/2/2007), você pode analisar as características do movimento uniforme.

Exercício resolvido

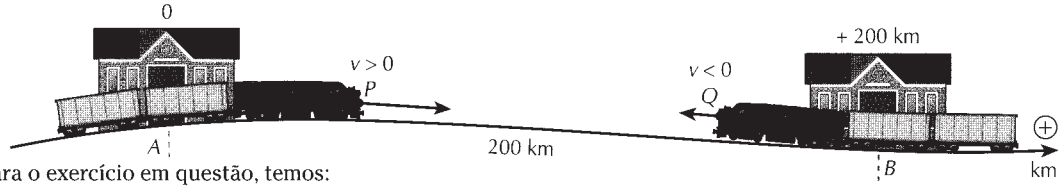
Duas estações A e B estão separadas por 200 km, medidos ao longo da trajetória. Pela estação A passa um trem P, no sentido de A para B, e simultaneamente passa por B um trem Q, no sentido de B para A. Os trens P e Q têm movimentos uniformes com velocidades de valores absolutos 70 km/h e 30 km/h, respectivamente.
Determine:

a) o instante do encontro; **b)** a posição do encontro.

Solução:

Vamos escrever as funções horárias dos movimentos dos dois trens P e Q. Para isso devemos:

① adotar uma origem dos espaços;
② orientar a trajetória;
③ adotar uma origem dos tempos;
④ escrever as funções horárias;
⑤ impor a condição de encontro.



Para o exercício em questão, temos:

① Origem dos espaços: estação A (marco zero).
② Orientação da trajetória: de A para B (note que o espaço da estação B é +200 km).
③ Origem dos tempos $t = 0$ h: instante simultâneo das passagens de P por A, e de Q por B (note que nesse instante os trens estão em suas posições iniciais).
④ Funções horárias do tipo $s = s_0 + vt$, pois os movimentos são uniformes. Observe que, com a orientação de trajetória de A para B, P tem movimento progressivo ($v > 0$) e Q retrógrado ($v < 0$).

Trem P: $s = s_0 + vt$; $s_0 = 0$; $v = +70$ km/h; t em h; s_P em km; $\boxed{s_P = 0 + 70t}$

Trem Q: $s = s_0 + vt$; $s_0 = +200$ km; $v = -30$ km/h; t em h; s_Q em km; $\boxed{s_Q = 200 - 30t}$

⑤ Encontro: no instante do encontro os móveis têm o mesmo espaço ($s_P = s_Q$) independentemente de quanto cada qual percorreu.

$$s_P = s_Q \Rightarrow 0 + 70t = 200 - 30t \Rightarrow 70t + 30t = 200 \Rightarrow 100t = 200 \Rightarrow \boxed{t = 2\text{ h}} \quad \text{(instante do encontro)}$$

Substituindo t por 2 h em qualquer uma das funções horárias, obtemos a posição do encontro:

$$s_P = 70t = 70 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{s_P = 140\text{ km}}$$

Para confirmar: $s_Q = 200 - 30t = 200 - 30 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{s_Q = 140\text{ km}}$

O encontro ocorre a 140 km da origem dos espaços (estação A).

Pratique! Vol AEII pág. 46

Respostas: a) 2 h após as passagens dos trens P e Q pelas estações A e B; b) a 140 km da estação A.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios propostos

P.38 Um móvel realiza um movimento uniforme num determinado referencial. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t (s)	0	1	2	3	4	5
s (m)	160	120	80	40	0	−40

a) Determine o espaço inicial s_0 e a velocidade escalar v do movimento.
b) *O movimento é progressivo ou retrógrado?*
c) Qual é a função horária do movimento?

P.39 Um móvel descreve um movimento sempre no mesmo sentido num determinado referencial, percorrendo distâncias iguais em intervalos de tempo iguais. Seus espaços variam com o tempo segundo os dados da tabela:

t (s)	1	3	5	7	9	11	13
s (m)	150	250	350	450	550	650	750

a) Qual é a velocidade escalar média no intervalo de tempo entre 1 e 3 s?
b) Qual é a velocidade escalar média no intervalo de tempo entre 5 e 13 s?
c) O movimento em questão é uniforme? Por quê?
d) O movimento é progressivo ou retrógrado no intervalo de tempo observado? Por quê?

P.40 É dada a função horária do movimento de um móvel $s = 100 + 80t$, onde s é medido em metros e t em segundos. Determine:

a) o espaço inicial e a velocidade escalar;
b) o espaço quando $t = 2$ s;
c) o instante em que o móvel se encontra a 500 m da origem dos espaços;
d) se o movimento é progressivo ou retrógrado.

P.41 É dada a função horária do movimento de um móvel $s = 60 - 12t$, na qual s é medido em quilômetros e t em horas. Determine:

a) o espaço inicial e a velocidade escalar;
b) o espaço quando $t = 3$ h;
c) o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços;
d) se o movimento é progressivo ou retrógrado.

P.42 Os móveis A, B, C e D possuem movimentos uniformes. Escreva suas funções horárias e determine seus espaços no instante $t = 2$ s.

	Espaço inicial	Velocidade (valor absoluto)	Movimento
A	35 m	12 m/s	progressivo
B	30 m	90 m/s	retrógrado
C	29 cm	13 cm/s	retrógrado
D	43 m	21 m/s	progressivo

P.43 Dois móveis percorrem a mesma trajetória e seus espaços estão medidos a partir do marco escolhido na trajetória. Suas funções horárias são:

$$s_A = 30 - 80t \quad \text{e} \quad s_B = 10 + 20t$$

Nessas funções, t é o tempo em horas e s_A e s_B são os espaços em quilômetros.
Determine o instante e a posição do encontro.

P.44 Dois móveis P_1 e P_2 caminham na mesma trajetória. Na figura indicamos os sentidos de seus movimentos, bem como suas posições no instante em que se aciona o cronômetro ($t = 0$).

As velocidades de P_1 e P_2 são respectivamente iguais a 20 m/s e 10 m/s (em valor absoluto). Determine o instante e a posição de encontro dos móveis.

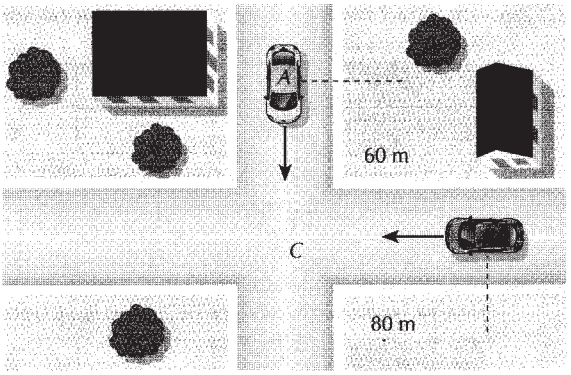
P.45 Duas cidades A e B estão separadas pela distância de 300 km, medidos ao longo da estrada que as liga. No mesmo instante, um móvel P passa por A, dirigindo-se a B, e um móvel Q passa por B, dirigindo-se a A. Seus movimentos são uniformes e suas velocidades (em valor absoluto) são iguais a 80 km/h (P) e 70 km/h (Q). Determine:

a) o instante do encontro;
b) a posição de encontro.

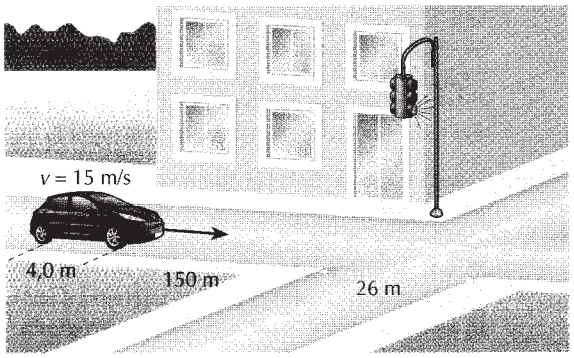
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios propostos de recapitulação

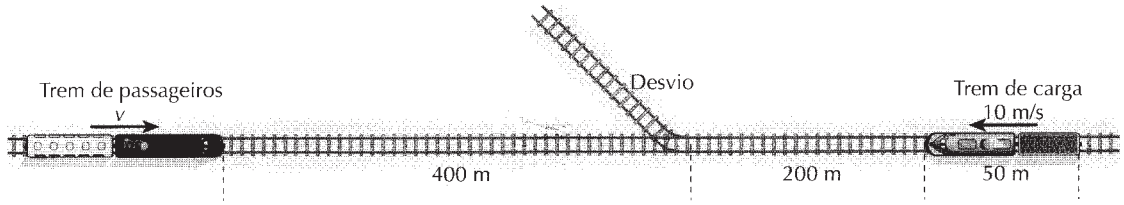
P.46 Dois carros *A* e *B* realizam movimentos retilíneos uniformes. A velocidade escalar de *A* é 15 m/s. Determine a velocidade escalar de *B*, sabendo que eles colidem no cruzamento *C*.



P.47 Um carro de 4,0 m de comprimento desloca-se em movimento retilíneo uniforme com velocidade escalar $v = 15$ m/s, aproximando-se de um cruzamento. Quando o carro está a 150 m do cruzamento, a luz do semáforo passa de vermelha para verde, assim permanecendo por 15 s. A largura da rua é de 26 m. Determine se o carro cruzará totalmente a rua com a luz ainda verde.

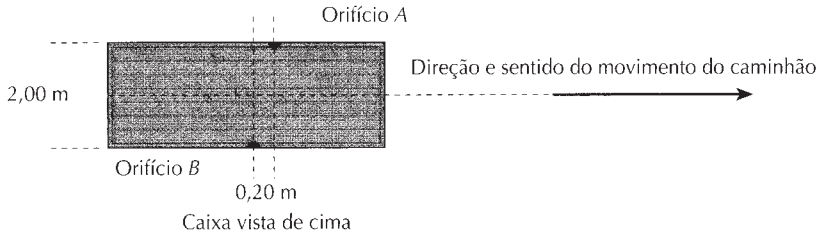


P.48 (UFRJ) Dois trens, um de carga e outro de passageiros, movem-se nos mesmos trilhos retilíneos, em sentidos opostos, um aproximando-se do outro, ambos com movimentos uniformes. O trem de carga, de 50 m de comprimento, tem uma velocidade de módulo igual a 10 m/s e o de passageiros, uma velocidade de módulo igual a *v*. O trem de carga deve entrar num desvio para que o de passageiros possa prosseguir viagem nos mesmos trilhos, como ilustra a figura. No instante focalizado, as distâncias das dianteiras dos trens ao desvio valem 200 m e 400 m, respectivamente.



Calcule o valor máximo de *v* para que não haja colisão.

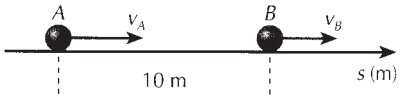
P.49 (Vunesp) Uma caixa de papelão vazia, transportada na carroceria de um caminhão que trafega a 90 km/h num trecho reto de uma estrada, é atravessada por uma bala perdida. A largura da caixa é de 2,00 m e a distância entre as retas perpendiculares às duas laterais perfuradas da caixa e que passam, respectivamente, pelos orifícios de entrada e de saída da bala (ambos na mesma altura) é de 0,20 m.



Supondo que a direção do disparo é perpendicular às laterais perfuradas da caixa e ao deslocamento do caminhão e que o atirador estava parado na estrada, determine a velocidade da bala, suposta constante.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

P.50 Duas pequenas esferas A e B percorrem uma mesma trajetória retilínea com movimentos uniformes e velocidades escalares 8,0 m/s e 6,0 m/s, respectivamente. No instante $t = 0$, as esferas estão posicionadas conforme a figura abaixo. Determine em que instantes a distância entre as esferas é de 4,0 m.



P.51 (FGV-SP) De duas cidadezinhas ligadas por uma estrada reta de 10 km de comprimento, partem simultaneamente, uma em direção à outra, duas carroças, puxadas cada uma por um cavalo e andando à velocidade de 5 km/h. No instante de partida, uma mosca, que estava pousada na testa do primeiro cavalo, parte voando em linha reta, com a velocidade de 15 km/h e vai pousar na testa do segundo cavalo. Após um intervalo de tempo desprezível, ela parte novamente e volta, com a mesma velocidade de antes, em direção ao primeiro cavalo, até pousar em sua testa. E assim prossegue nesse vaivém, até que os dois cavalos se encontram e a mosca morre esmagada entre as duas testas. Quantos quilômetros percorreu a mosca?

Testes propostos

T.38 Se a velocidade escalar de um móvel é positiva:

a) o movimento é progressivo.
b) o movimento é retrógrado.
c) o movimento é necessariamente uniforme.
d) o movimento é necessariamente variado.
e) nenhuma das afirmações anteriores é correta.

T.39 Num movimento retrógrado:

a) os espaços crescem com o decorrer do tempo.
b) os espaços decrescem com o decorrer do tempo.
c) a velocidade escalar média é nula.
d) a velocidade escalar é positiva.
e) nenhuma das afirmações anteriores é correta.

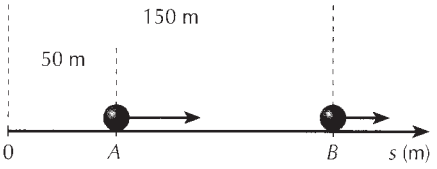
T.40 (Mackenzie-SP) Uma partícula descreve um movimento uniforme cuja função horária é $s = -2 + 5t$, para s em metros e t em segundos. Nesse caso, podemos afirmar que a velocidade escalar da partícula é:

a) −2 m/s e o movimento é retrógrado.
b) −2 m/s e o movimento é progressivo.
c) 5 m/s e o movimento é progressivo.
d) 5 m/s e o movimento é retrógrado.
e) −2,5 m/s e o movimento é retrógrado.

T.41 (Uesb-BA) Dois móveis, A e B, percorrem uma mesma trajetória e suas posições são dadas, a partir da mesma origem dos espaços, por $s_A = -30 + 10t$ e $s_B = -10 - 10t$ (s em m e t em s).
O instante e a posição de encontro são iguais, respectivamente, a:

01) 1 s e −20 m
02) 2 s e −10m
03) 3 s e −40 m
04) 4 s e 20 m
05) 5 s e −60 m

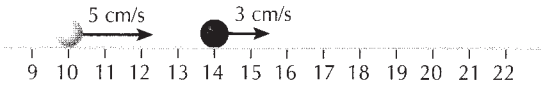
T.42 (FEI-SP) Dois móveis, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura a seguir. Em $t = 0$, eles se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades escalares dos móveis são $v_A = 50$ m/s e $v_B = 30$ m/s no mesmo sentido.



Em qual ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?

a) 200 m
b) 225 m
c) 250 m
d) 300 m
e) 350 m

T.43 (UFMG) Duas esferas se movem em linha reta e com velocidades constantes ao longo de uma régua centimetrada. Na figura abaixo estão indicadas as velocidades das esferas e as posições que ocupavam num certo instante.



As esferas irão colidir na posição correspondente a:

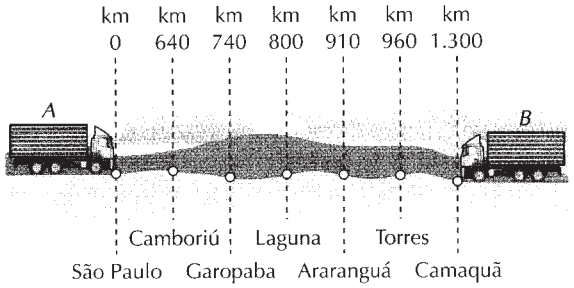
a) 15 cm
b) 17 cm
c) 18 cm
d) 20 cm
e) 22 cm

T.44 (UFPA) Um rapaz e uma moça saem de suas casas um ao encontro do outro, caminhando sempre com velocidades respectivamente de 3,5 km/h e 2,5 km/h. Estando a 100 m da moça, em linha reta, o rapaz, ao avistá-la, aciona o seu cronômetro, travando-o apenas no instante em que os dois se encontram. O intervalo de tempo, em minutos, registrado pelo cronômetro vale:

a) 1,0
b) 6,0
c) 9,0
d) 10
e) 12

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

T.45 (UFRGS-RS) Um caminhoneiro parte de São Paulo com velocidade escalar de módulo igual a 74 km/h. No mesmo instante parte outro de Camaquã, no Rio Grande do Sul, com velocidade escalar constante de módulo igual a 56 km/h.



Em que cidade eles se encontrarão?

a) Camboriú **c)** Laguna **e)** Torres
b) Garopaba **d)** Araranguá

T.46 (FMTM-MG) São dadas as funções horárias dos espaços de quatro móveis, A, B, C e D, definidas sobre a mesma trajetória retilínea, com valores medidos no SI (Sistema Internacional):

$s_A = -5 + 2t$
$s_B = -7 - 3t$
$s_C = 5t$
$s_D = -1 - t$

(Valores válidos para $t \geq 0$.)

Os dois móveis que deverão se encontrar em um tempo futuro são:

a) A e C **c)** B e C **e)** C e D
b) A e D **d)** B e D

T.47 (Fuvest-SP) João está parado em um posto de gasolina quando vê o carro de seu amigo, passando por um ponto P, na estrada, a 60 km/h. Pretendendo alcançá-lo, João parte com seu carro e passa pelo mesmo ponto P, depois de 4 minutos, já a 80 km/h. Considere que ambos dirigem com velocidades constantes. Medindo o tempo, a partir de sua passagem pelo ponto P, João deverá alcançar seu amigo, aproximadamente, em:

a) 4 minutos **d)** 15 minutos
b) 10 minutos **e)** 20 minutos
c) 12 minutos

Exercícios especiais de movimento uniforme

Exercícios resolvidos

T.48 Determine o intervalo de tempo para a luz vir do Sol à Terra. No vácuo, a velocidade da luz é constante e aproximadamente igual a $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s. A distância entre o Sol e a Terra é de $1{,}49 \cdot 10^8$ km. Considere o movimento de propagação da luz como retilíneo e uniforme.

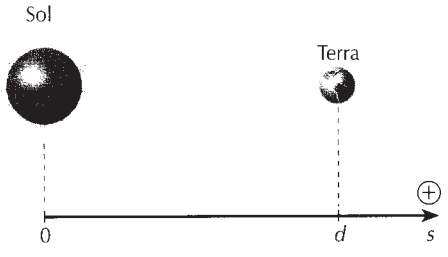
Solução:

Como o movimento é uniforme, vem:

$s = s_0 + vt$

Considerando $s_0 = 0$ (adotando-se origem dos espaços no Sol), temos $s = vt$.

Sendo $s = 1{,}49 \cdot 10^8$ km e $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, vem:



$$t = \frac{s}{v} = \frac{1{,}49 \cdot 10^8 \text{ km}}{3{,}0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow \boxed{t = 497 \text{ s}}$$

Em minutos $\left(1 \text{ min} = 60 \text{ s e } 1 \text{ s} = \frac{1}{60} \text{ min}\right)$: $t = \frac{497}{60}$ min $\Rightarrow$ $\boxed{t = 8 \text{ min } 17 \text{ s}}$

O exercício também pode ser resolvido lembrando que no movimento uniforme a velocidade escalar instantânea é constante e coincide com a velocidade escalar média:

$$v = v_m \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Sendo $v = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s e $\Delta s = 1{,}49 \cdot 10^8$ km, resulta:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1{,}49 \cdot 10^8 \text{ km}}{3{,}0 \cdot 10^5 \text{ km/s}} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 497 \text{ s}}$$

Resposta: 497 s (aproximadamente 8 min)

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Observação:

Os dados abaixo se referem aos locais de onde a luz provém e os correspondentes intervalos de tempo aproximados que ela demora para atingir a Terra:

Lua	Sol	Estrela α Centauri	Estrela Vega	Estrela β Andrômeda
1 s	8 min	4,6 anos	26 anos	75 anos

Em Astronomia usa-se muito uma unidade de distância chamada **ano-luz**, que é a distância que a luz percorre no vácuo em 1 ano:

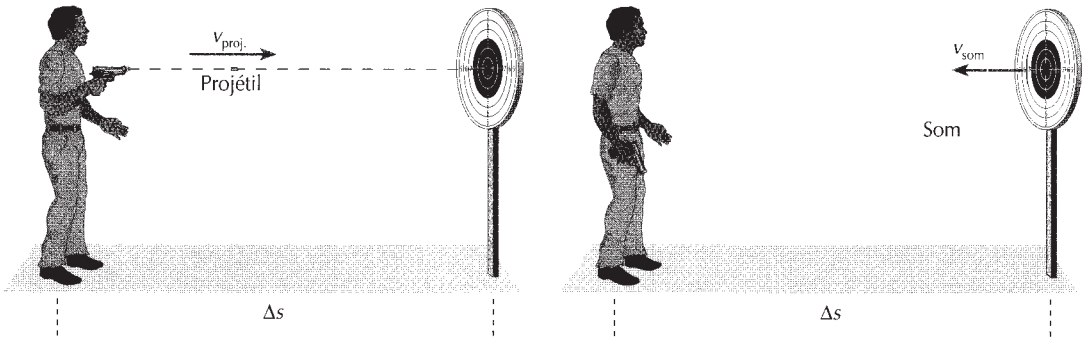
$$1 \text{ ano-luz} \simeq 9{,}46 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

R.17 Um atirador aponta para um alvo e dispara um projétil, que sai da arma com velocidade de 300 m/s. O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador 3,2 s após o disparo. Sendo de 340 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule a distância do atirador ao alvo.

Solução:

O intervalo de tempo $\Delta t = 3{,}2$ s é a soma do intervalo de tempo $\Delta t_{proj.}$ que o projétil leva para atingir o alvo com o intervalo de tempo Δt_{som} que o som leva para ir do alvo ao atirador:

$$\Delta t = \Delta t_{proj.} + \Delta t_{som} \Rightarrow 3{,}2 = \Delta t_{proj.} + \Delta t_{som}$$



Sendo

$$v_{proj.} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{proj.}} \Rightarrow \Delta t_{proj.} = \frac{\Delta s}{v_{proj.}} = \frac{\Delta s}{300} \quad \text{e} \quad v_{som} = \frac{\Delta s}{\Delta t_{som}} \Rightarrow \Delta t_{som} = \frac{\Delta s}{v_{som}} = \frac{\Delta s}{340}$$

vem:

$$3{,}2 = \frac{\Delta s}{300} + \frac{\Delta s}{340} \Rightarrow 3{,}2 = \frac{(340 + 300)\Delta s}{300 \cdot 340} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 510 \text{ m}}$$

Resposta: 510 m

R.18 A velocidade de projeção de um filme é constante e à razão de 24 fotografias projetadas em cada segundo na tela. Quantas fotografias são projetadas na tela durante a projeção de um filme que dura 2 horas?

Solução:

Quando um raio luminoso, proveniente da imagem projetada, atinge a retina de nossos olhos produz uma sensação luminosa que persiste durante um décimo de segundo. O movimento de personagens e objetos que vemos na tela deve-se a essa particularidade de nossa retina.

Uma fotografia é projetada na tela durante um tempo muito curto (0,04 s aproximadamente, pois num segundo são projetadas 24 fotografias), mas suficiente para impressionar nossa retina; logo é substituída por outra, ainda que em nosso olho persista a anterior, e assim sucessivamente. Para nosso olho, essa sucessão dá o efeito da visão de um movimento contínuo.

Como a velocidade de projeção é constante (24 fotografias por segundo), podemos calcular o número de fotografias projetadas em duas horas (2 h = 2 · 3.600 s = 7.200 s), utilizando uma regra de três simples:

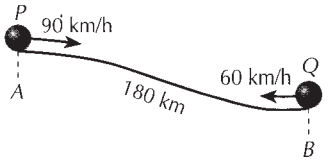
$$\begin{array}{rcl} 1 \text{ s} & \rightarrow & 24 \text{ fotografias} \\ 7.200 \text{ s} & \rightarrow & x \end{array} \Rightarrow x = 24 \cdot 7.200 \Rightarrow \boxed{x = 172.800 \text{ fotografias}}$$

Resposta: 172.800 fotografias

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

R.19 Duas localidades A e B estão separadas pela distância de 180 km. Simultaneamente passam por essas localidades os móveis P e Q. P passa por A e dirige-se a B; Q passa por B e dirige-se para A. Seus movimentos são uniformes, com velocidades de 90 km/h e 60 km/h, respectivamente. Determine o instante e a posição do encontro dos móveis.

Solução:



Este exercício é do mesmo tipo do **R.15**, resolvido neste capítulo. Apresentaremos, agora, outra forma de resolução, mais simplificada, utilizando a noção de velocidade relativa de aproximação e de afastamento (veja quadro abaixo). P e Q são dois móveis que se aproximam e a velocidade relativa de aproximação de P em relação a Q é 150 km/h (90 km/h + 60 km/h).
Haverá encontro quando a distância que inicialmente os separa (180 km) for percorrida com essa velocidade relativa de 150 km/h (em outras palavras, considere Q em repouso e P se aproximando com velocidade de 150 km/h):

$$s_{rel.} = v_{rel.} \cdot t \Rightarrow 180 = 150t \Rightarrow \boxed{t = 1{,}2 \text{ h}}$$

Esse é o instante de encontro. A posição de encontro é dada em relação a um referencial fixo na Terra. Então, considere a velocidade de P em relação à Terra:

$$s_P = v_P \cdot t = 90 \cdot 1{,}2 \Rightarrow \boxed{s_P = 108 \text{ km}}$$

Resposta: O instante de encontro é 1,2 h e a posição de encontro é 108 km da localidade A.

Velocidade relativa de aproximação e de afastamento

a) Velocidades de sentidos contrários
O módulo da velocidade relativa entre os corpos A e B é dado pela soma dos módulos das velocidades de A e B.

Aproximação	Afastamento
10 m/s → (A) ← 8 m/s (B)	10 m/s ← (A) (B) → 8 m/s
$v_{AB} = 18$ m/s	$v_{AB} = 18$ m/s

b) Velocidades de mesmo sentido
O módulo da velocidade relativa entre os corpos A e B é dado pela diferença entre os módulos das velocidades de A e B.

Aproximação	Afastamento
10 m/s → (A) (B) → 8 m/s	10 m/s ← (A) (B) ← 8 m/s
$v_{AB} = 2$ m/s	$v_{AB} = 2$ m/s

Conclusão:

a) velocidades de sentidos contrários

$$v_{AB} = |v_A| + |v_B|$$

b) velocidades de mesmo sentido

$$v_{AB} = |v_A| - |v_B|$$

Observações:

- Nos cálculos acima, supõe-se: $|v_A| > |v_B|$
- O resultado v_{AB} obtido é em módulo.
- Se houver colisão e os móveis permanecerem juntos após a colisão, $v_{AB} = 0$.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

R.20 Dois trens, P e Q, percorrem trajetórias retilíneas e paralelas. O trem P possui 30 m de comprimento e velocidade de 30 km/h, e o trem Q possui 50 m e a velocidade de 10 km/h; seus movimentos são uniformes. Determine:

a) o intervalo de tempo da ultrapassagem, isto é, o intervalo de tempo necessário para que o trem mais veloz (P) ultrapasse o trem mais lento (Q);

b) a distância percorrida por P durante a ultrapassagem.

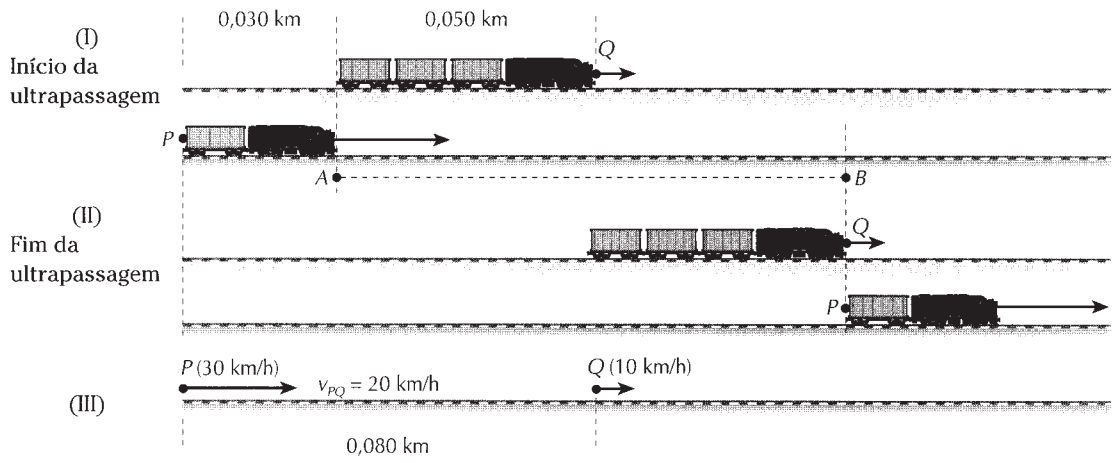
Solução:

A ultrapassagem inicia-se quando a parte dianteira do trem P se emparelha com a parte traseira de Q (ponto A na figura, ver página 41) e termina quando a parte traseira de P se emparelha com a parte dianteira de Q (ponto B na figura). Na figura, os comprimentos indicados já estão em km, pois as velocidades estão em km/h. Os trens são corpos sólidos e, quando se deslocam em linha reta, o movimento de um de seus pontos é o movimento do conjunto. Na figura (III) representamos o trem P pelo ponto extremo de sua parte traseira e o trem Q, pelo ponto mais avançado da sua parte dianteira. A escolha desses pontos é arbitrária: assim fizemos para que, no final da ultrapassagem, ficassem lado a lado, correspondendo a uma situação de encontro.
Vamos usar as noções de velocidade relativa de aproximação e de afastamento do exercício anterior.

a) Na figura (III), o ponto P se aproxima de Q com velocidade relativa de 20 km/h e alcança Q após percorrer 0,080 km (adição dos comprimentos dos trens). Então, temos:

$$s_{rel.} = v_{rel.} \cdot t \Rightarrow 0{,}080 = 20t \Rightarrow t = 0{,}004 \text{ h} = 0{,}004 \cdot 3.600 \text{ s} \Rightarrow \boxed{t = 14{,}4 \text{ s}}$$

Note que 14,4 s é o intervalo de tempo da ultrapassagem.

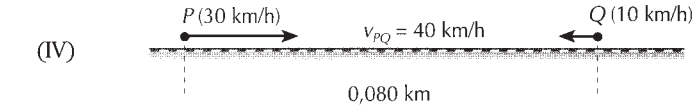


b) A distância percorrida em relação ao solo é:

$$\Delta s_P = v_P \cdot t = 30 \cdot 0{,}004 \Rightarrow \Delta s_P = 0{,}12 \text{ km} \Rightarrow \boxed{\Delta s_P = 120 \text{ m}}$$

Respostas: a) 14,4 s; b) 120 m

Observação:
Se os trens caminhassem em sentidos contrários [figura (IV), a seguir], apenas se alteraria a velocidade relativa de aproximação dos trens. No restante, a solução do exercício seguiria as mesmas etapas anteriores, como se indica na própria figura (IV).

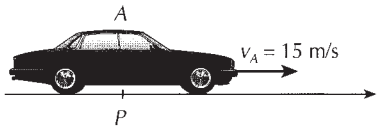


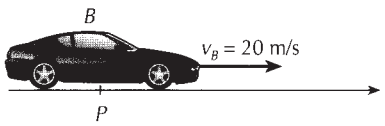
$$s_{rel.} = v_{rel.} \cdot t \Rightarrow 0{,}080 = 40t \Rightarrow t = 0{,}002 \text{ h} = 7{,}2 \text{ s}$$

EXEMPLO 2 Dois automóveis A e B passam por um mesmo ponto P de uma estrada. Suas velocidades escalares são constantes e valem respectivamente 15 m/s e 20 m/s. O automóvel B passa pelo ponto P 2 s após a passagem de A. Determine a posição e o instante em que B alcança A.

Solução:

Vamos escrever as funções horárias de A e B. Adotamos a origem dos espaços no ponto P e a origem dos tempos no instante em que A passa por P ($t = 0$). Assim, após t segundos o automóvel A terá andado durante t segundos e em sua função horária temos a variável t. O automóvel B passa por P 2 s depois.





B passa por P 2 s após a passagem de A.

Após t segundos, B andou $(t - 2)$ segundos. Daí em sua função horária teremos $(t - 2)$ em lugar de t:

Considerando a função horária $s = s_0 + vt$, temos:

Automóvel A
$s_0 = 0$ e $v = 15$ m/s
$s_A = 15t$ (s em metros, t em segundos)

Automóvel B
$s_0 = 0$ e $v = 20$ m/s
$s_B = 20 \cdot (t - 2)$ (s em metros, t em segundos)

No encontro: $s_A = s_B \Rightarrow 15t = 20 \cdot (t - 2) \Rightarrow \boxed{t = 8 \text{ s}}$ (instante do encontro)

Substituindo t por 8 s numa das funções horárias, obtemos a posição do encontro:

$$s_A = 15t \Rightarrow s_A = 15 \cdot 8 \Rightarrow \boxed{s_A = 120 \text{ m}}$$

Resposta: B alcança A 8 s após a passagem de A por P e a 120 m de P.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios propostos

P.52 Um atirador aponta sua arma para um alvo, situado a 255 m de distância, e dispara um projétil. O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador 1,6 s após o disparo. Sendo 340 m/s a velocidade de propagação do som no ar, determine a velocidade do projétil, suposta constante.

P.53 Durante um nevoeiro, um navegador recebe dois sinais expedidos simultaneamente por um posto na costa, um deles através do ar e outro através da água. Entre as recepções dos dois sons, decorre o intervalo de tempo $\Delta t = 4$ s. Nas condições dos eventos, a velocidade do som é de 300 m/s no ar e de 1.500 m/s na água. Determine a distância x entre o barco e o posto emissor dos sinais, conforme os dados acima.

P.54 (Fuvest-SP) Um filme comum é formado por uma série de fotografias individuais que são projetadas à razão de 24 imagens (ou quadros) por segundo, o que nos dá a sensação de movimento contínuo. Esse fenômeno é devido ao fato de que nossos olhos retêm a imagem por um intervalo de tempo um pouco superior a $\frac{1}{20}$ de segundo. Essa retenção é chamada de persistência da retina.

a) Numa projeção de filme com duração de 30 s, quantos quadros são projetados?

b) Uma pessoa, desejando filmar o desabrochar de uma flor cuja duração é de aproximadamente 6,0 h, pretende apresentar este fenômeno num filme de 10 min de duração. Quantas fotografias individuais do desabrochar da flor devem ser tiradas?

P.55 Um indivíduo filma o movimento de uma borboleta à razão de 64 fotografias por segundo, durante 5 s. Depois de revelado, o filme é projetado à razão de 16 fotografias por segundo. Quanto tempo leva a projeção? O movimento da borboleta será visto, na projeção, mais lento ou mais rápido do que ocorreu na realidade?

P.56 Dois trens P e Q deslocam-se em trajetórias paralelas com movimentos uniformes de velocidades iguais a 40 km/h e 60 km/h, e seus comprimentos são 200 m e 300 m, respectivamente. Determine o intervalo de tempo da ultrapassagem de um trem pelo outro, admitindo-se os seus movimentos:

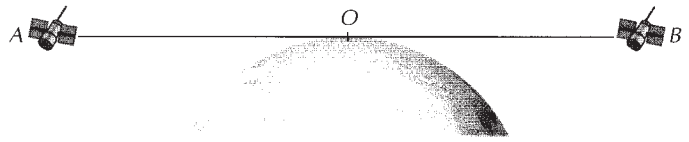
a) no mesmo sentido;

b) em sentidos opostos.

P.57 (Uece) Dois trens de comprimento 60 m e 90 m correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos. O trem menor move-se com o dobro da velocidade do maior, para um referencial fixo na Terra. Uma pessoa no trem menor observa que o trem maior gasta 2 s para passar por sua janela. Determine a velocidade, em m/s, do trem menor.

P.58 Um trem sai da estação de uma cidade com velocidade escalar constante de 40 km/h; 20 min depois, sai da mesma estação um segundo trem, com velocidade escalar constante de 60 km/h. Quanto tempo, após sua partida, o segundo trem demora para alcançar o primeiro?

P.59 (Fuvest-SP) O sistema GPS (*Global Positioning System*) permite localizar um receptor especial, em qualquer lugar da Terra, por meio de sinais emitidos por satélites. Numa situação particular, dois satélites, A e B, estão alinhados sobre uma reta que tangencia a superfície da Terra no ponto O e encontram-se à mesma distância de O. O protótipo de um novo avião, com um receptor R, encontra-se em algum lugar dessa reta e seu piloto deseja localizar sua própria posição.

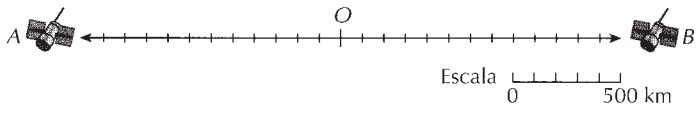


Os intervalos de tempo entre a emissão dos sinais pelos satélites A e B e sua recepção por R são, respectivamente, $\Delta t_A = 68{,}5 \cdot 10^{-3}$ s e $\Delta t_B = 64{,}8 \cdot 10^{-3}$ s.
Desprezando possíveis efeitos atmosféricos e considerando a velocidade de propagação dos sinais como igual à velocidade c da luz no vácuo ($c = 3{,}0 \cdot 10^5$ km/s), determine:

a) a distância D, em km, entre cada satélite e o ponto O;

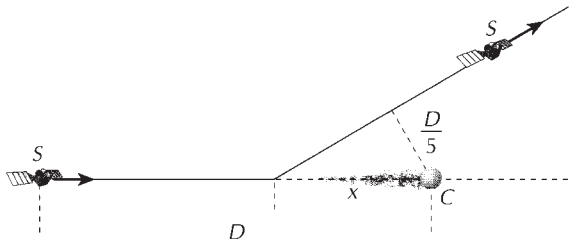
b) a distância X, em km, entre o receptor R, no avião, e o ponto O;

c) a posição do avião, identificada pela letra R, localizando-a no esquema abaixo.



Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

P.60 (Vunesp) A missão *Deep Impact*, concluída com sucesso em julho*, consistiu em enviar uma sonda ao cometa Tempel, para investigar a composição do seu núcleo. Considere uma missão semelhante, na qual uma sonda espacial S, percorrendo uma trajetória retilínea, aproxima-se do núcleo de um cometa C, com velocidade v constante relativamente ao cometa. Quando se encontra à distância D do cometa, a sonda lança um projétil rumo ao seu núcleo, também em linha reta e com velocidade constante $\frac{3v}{2}$, relativamente ao cometa. No instante em que o projétil atinge seu alvo, a sonda assume nova trajetória retilínea, com a mesma velocidade v, desviando-se do cometa. A aproximação máxima da sonda com o cometa ocorre quando a distância entre eles é $\frac{D}{5}$, como esquematizado na figura:



Desprezando efeitos gravitacionais do cometa sobre a sonda e o projétil, calcule:

a) a distância x da sonda em relação ao núcleo do cometa, no instante em que o projétil atinge o cometa. Apresente a sua resposta em função de D;

b) o instante, medido a partir do lançamento do projétil, em que ocorre a máxima aproximação entre a sonda e o cometa. Dê a resposta em função de D e v.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Testes propostos

T.48 (Mackenzie-SP) A distância média da Terra à Lua é $3{,}9 \cdot 10^8$ m. Sendo a velocidade da luz no vácuo igual a $3{,}0 \cdot 10^5$ km/s, o tempo médio gasto por ela para percorrer essa distância é de:

a) 0,77 s **c)** 13 s **e)** 1.300 s
b) 1,3 s **d)** 77 s

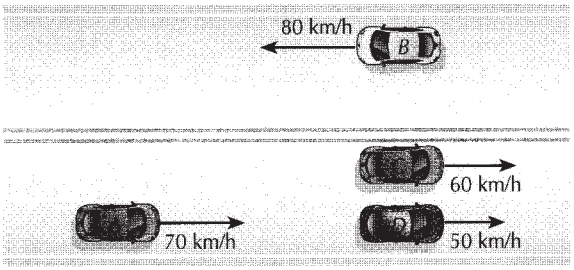
T.49 (Cesgranrio-RJ) Uma cena, filmada originalmente a uma velocidade de 40 quadros por segundo, é projetada em câmera lenta a uma velocidade reduzida de 24 quadros por segundo. A projeção dura 1,0 min. A duração real da cena filmada é de:

a) 16 s **c)** 100 s **e)** 40 s
b) 36 s **d)** 24 s

T.50 (UFPE) Um projetor de filmes gira com uma velocidade de 20 quadros por segundo. Cada quadro mede 1,0 cm de comprimento. Despreze a separação entre os quadros. Qual é o tempo de projeção, em minutos, de um filme cuja fita tem um comprimento total de 18 m?

a) 1,5 **c)** 4,5 **e)** 7,5
b) 3,0 **d)** 6,0

T.51 (UEPB) Em um dado trecho reto e plano de uma rodovia, estão se movendo os carros A, B, C e D, com velocidades e posições indicadas na figura.



Com base nessas informações, analise as proposições a seguir e assinale a correta.

a) Para o motorista A (observador em A), o carro B está se aproximando com uma velocidade de 20 km/h.

b) Para o motorista B (observador em B), o carro C está se afastando com uma velocidade de 10 km/h.

c) Para o motorista D (observador em D), o carro C está se afastando com uma velocidade de 110 km/h.

d) Para o motorista A (observador em A), o carro D está se aproximando com uma velocidade de 20 km/h.

e) Para o motorista C (observador em C), o carro A está se aproximando com uma velocidade de 130 km/h.

* julho de 2005

T.52 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma máquina fotográfica é ajustada para executar uma seqüência de fotografias de duas partículas movendo-se ao longo de trilhos paralelos em movimento retilíneo uniforme. Os intervalos de tempo entre duas fotos consecutivas são constantes e iguais a 0,25 segundo. Na primeira fotografia, a distância entre as partículas é de 24 cm. A comparação entre a primeira e a segunda foto mostra que as partículas se movem em sentidos opostos, tendo então se deslocado distâncias respectivamente iguais a 5 cm e 2,5 cm. Pode-se afirmar que:

I. a partícula mais veloz vê a mais lenta se aproximar com uma velocidade 1,5 vezes maior que a sua;

II. o instante em que uma partícula passa pela outra é registrado em fotografia;

III. 5 fotografias são tiradas desde o instante inicial até o momento em que a partícula mais veloz passa pela posição inicial da partícula mais lenta.

Assinale a opção correta.

a) Apenas a afirmativa I é verdadeira.
b) Apenas a afirmativa II é verdadeira.
c) Apenas a afirmativa III é verdadeira.
d) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.
e) Apenas as afirmativas I e III são verdadeiras.

T.53 (Fuvest-SP) Numa estrada, um caminhão com velocidade constante leva 4 s para ultrapassar outro, cuja velocidade é também constante. Sendo 10 m o comprimento de cada caminhão, a diferença entre as velocidades dos caminhões é igual a:

a) 0,20 m/s
b) 0,40 m/s
c) 2,5 m/s
d) 5,0 m/s
e) 10 m/s

T.54 (Furg-RS) Um comboio de vagões é puxado por uma locomotiva com velocidade de 36 km/h. Essa composição ferroviária tem um comprimento total de 210 m e é ultrapassada por um automóvel que se desloca com velocidade de 15 m/s. Quanto tempo decorre desde o instante em que o automóvel alcança o último vagão da composição até o instante em que ultrapassa a locomotiva? Considere as dimensões do automóvel desprezíveis comparativamente com as dimensões do comboio.

a) 4,2 s **b)** 8,4 s **c)** 14 s **d)** 21 s **e)** 42 s

T.55 (UFSC) Um trem *A*, de 150 metros de comprimento, deslocando-se do sul para o norte, começa a atravessar uma ponte férrea de pista dupla, no mesmo instante em que um outro trem *B*, de 500 metros de comprimento, que se desloca do norte para o sul, inicia a travessia da ponte. O maquinista do trem *A* observa que seu trem se desloca com velocidade constante de 36 km/h, enquanto o maquinista do trem *B* verifica que seu trem está a uma velocidade constante de 72 km/h, ambas as velocidades medidas em relação ao solo. Um observador, situado em uma das extremidades da ponte, observa que os trens completam a travessia da ponte ao mesmo tempo.
Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

01) Como o trem *B* tem o dobro da velocidade do trem *A*, ele leva a metade do tempo para atravessar a ponte independentemente do comprimento dela.
02) A velocidade do trem *A*, em relação ao trem *B*, é de 108 km/h.
04) Não podemos calcular o comprimento da ponte, pois não foi fornecido o tempo gasto pelos trens para atravessá-la.
08) O comprimento da ponte é 200 metros.
16) Os trens atravessam a ponte em 35 segundos.
32) A velocidade do trem *B*, em relação ao trem *A*, é de 108 km/h.
64) O comprimento da ponte é 125 metros e os trens a atravessam em 15 segundos.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

T.56 (Uespi) Um passageiro perdeu um ônibus que saiu da rodoviária há 5 minutos e pega um táxi para alcançá-lo. O ônibus desenvolve uma velocidade de 60 km/h, e o táxi, de 90 km/h. O intervalo de tempo necessário ao táxi para alcançar o ônibus é, em minutos:

a) 25 **b)** 20 **c)** 15 **d)** 10 **e)** 5

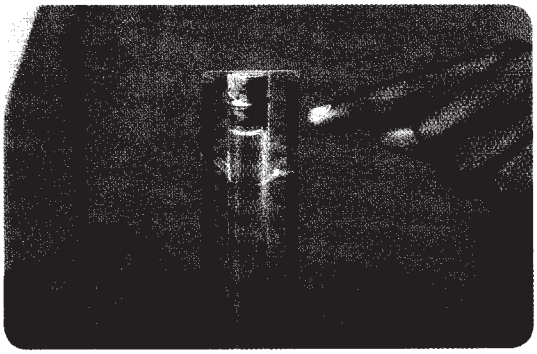
Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Atividade experimental • I

Realize a experiência com supervisão de seu professor.

Análise de um movimento uniforme

Pegue um tubo cilíndrico de vidro (ou plástico transparente duro) com cerca de 0,5 metro de comprimento e, utilizando fita adesiva transparente, fixe uma régua milimetrada ao tubo. Encha o tubo com água e feche com uma rolha a extremidade aberta, como mostra a foto I. Estando o tubo na vertical, deve restar uma pequena quantidade de ar sobre o nível da água.



THE NEXT

▲ Foto I

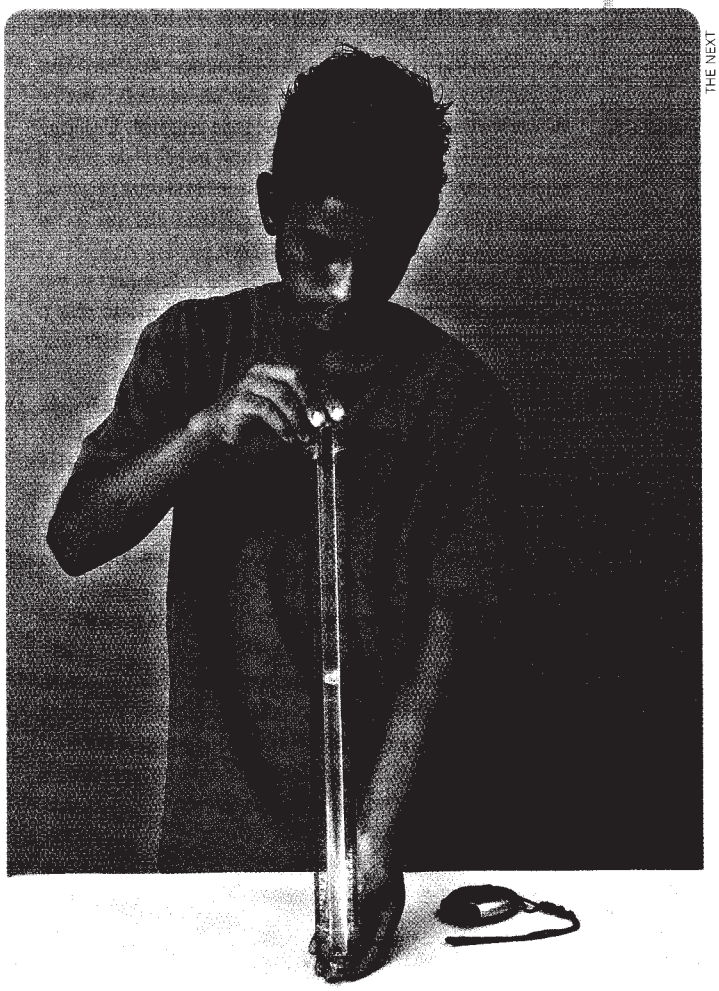
Invertendo o tubo rapidamente, você verá que a bolha de ar se move subindo ao longo do tubo (foto II). Se você der uma inclinação pequena, a subida da bolha de ar é suficientemente lenta para permitir medidas (foto III).

Com a régua presa ao tubo e com o auxílio de um cronômetro, meça a posição da bolha de 3 em 3 segundos, e organize os valores obtidos de tempo (t) e de espaço (s) em uma tabela, conforme o modelo abaixo.

t (s)	s (m)

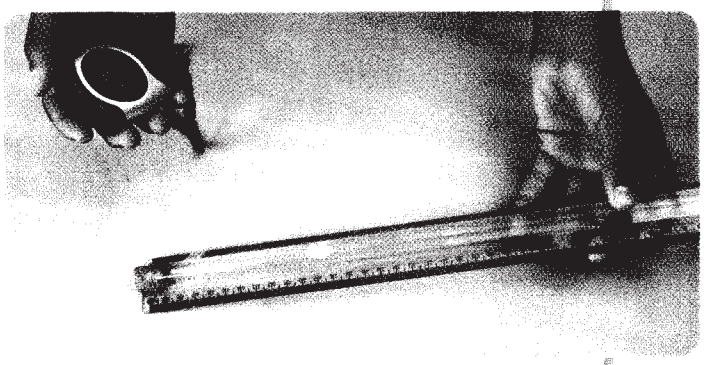
Analisando os valores obtidos, responda:

- A bolha de ar percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais?
- Qual é o tipo de movimento da bolha de ar?
- Qual é a velocidade média da bolha em todo o percurso?
- Qual é a velocidade da bolha em cada instante do movimento?



THE NEXT

▲ Foto II



THE NEXT

▲ Foto III

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Atividade experimental • II

Realize a experiência com supervisão de seu professor.

Encontro de móveis em movimento uniforme

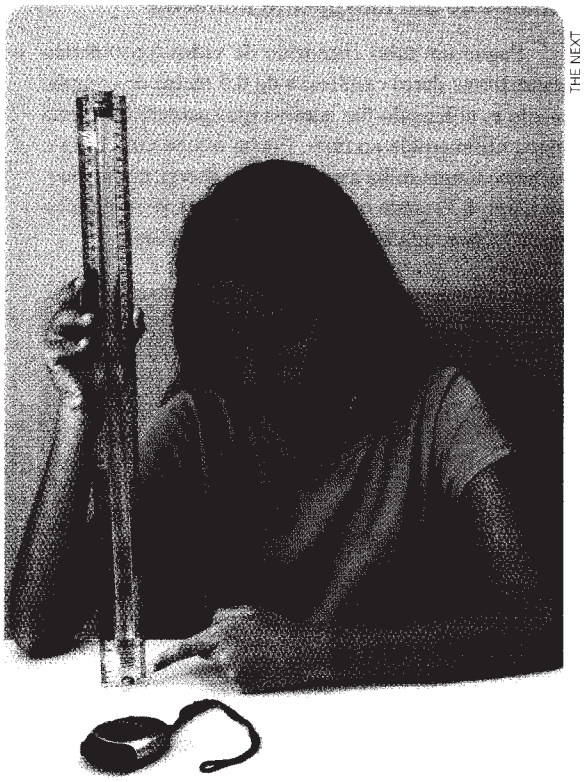
Você vai utilizar um tubo cilíndrico de vidro (ou de plástico transparente duro) com cerca de 0,5 metro de comprimento como o da atividade anterior. Coloque uma bolinha de aço na extremidade inferior do tubo e encha-o com água, cuidando para que reste uma pequena quantidade de ar entre o nível da água e a rolha que fecha a extremidade superior do tubo (foto I).

Coloque com cuidado o tubo na horizontal e, em seguida, dê uma pequena inclinação, de modo que a bolha suba e a bolinha desça, com movimentos lentos (foto II).

Com o auxílio de um cronômetro e da régua fixada ao tubo, avalie o instante de encontro dos dois móveis (bolha de ar e bolinha de aço) e as distâncias que eles percorreram até esse instante.

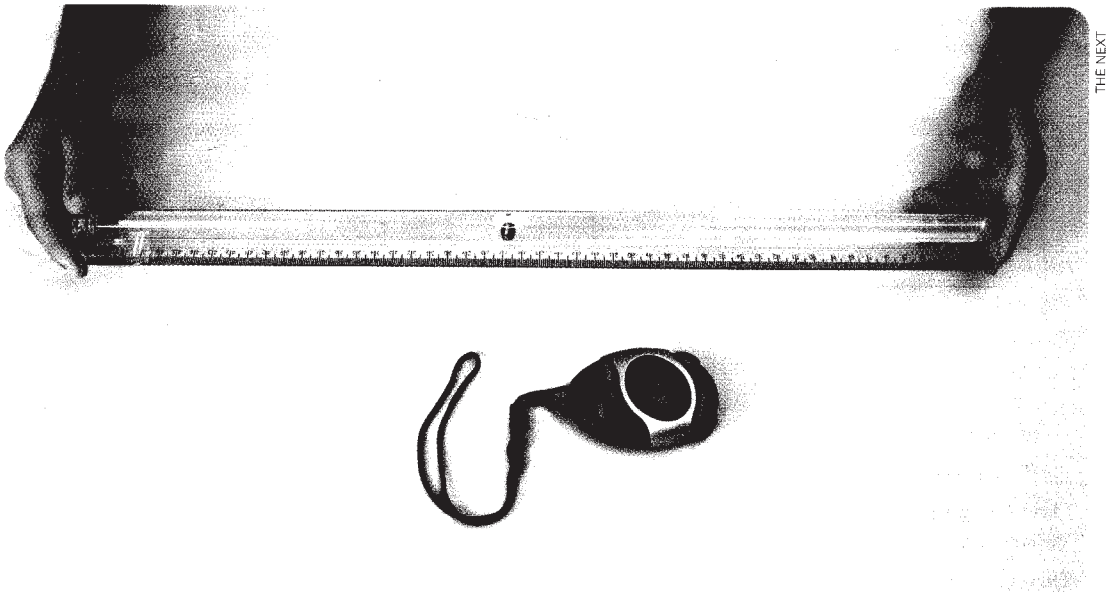
A partir dos valores obtidos:

- Calcule os módulos das velocidades escalares da bolha de ar e da bolinha de aço.
- Escreva as funções horárias do espaço da bolinha de aço e da bolha.
  Adote como origem dos espaços a extremidade onde se encontra inicialmente a bolinha de aço e oriente a trajetória no sentido da bolinha de aço para a bolha.
- Determine, analiticamente, o instante de encontro e compare com o valor obtido experimentalmente.



THE NEXT

▲ Foto I



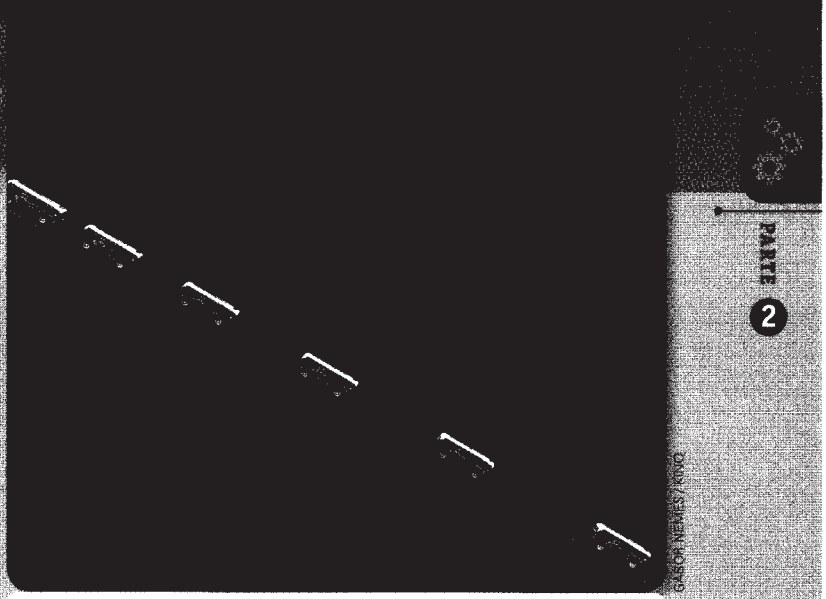
THE NEXT

▲ Foto II

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

CAPÍTULO 4

Movimentos com velocidade escalar variável. Movimento uniformemente variado



GABRIEL KWAK

Movimentos com velocidade escalar variável no decurso do tempo são comuns na Natureza. Neles existe aceleração escalar e o movimento pode ser acelerado ou retardado. Na foto, o pequeno ônibus, ao descer a rampa, percorre distâncias sucessivamente maiores em intervalos de tempo iguais, ou seja, descreve um movimento acelerado. O MUV é um movimento particular de velocidade escalar variável e sua aceleração escalar é constante com o tempo. Movimentos desse tipo são detalhadamente discutidos neste capítulo.

1. MOVIMENTOS COM VELOCIDADE ESCALAR VARIÁVEL
2. ACELERAÇÃO ESCALAR
3. MOVIMENTO ACELERADO E RETARDADO
4. FUNÇÃO HORÁRIA DA VELOCIDADE
5. MOVIMENTO UNIFORMEMENTE VARIADO (MUV)
6. FUNÇÕES HORÁRIAS DO MUV
7. VELOCIDADE ESCALAR MÉDIA NO MUV
8. EQUAÇÃO DE TORRICELLI PARA O MUV

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

1. Movimentos com velocidade escalar variável

Os movimentos são classificados em **movimentos uniformes**, que possuem velocidade escalar constante, e **movimentos variados**, cuja velocidade escalar varia com o tempo.

Os movimentos de velocidade escalar variável são os mais comuns. Em geral, uma pessoa andando, um carro em deslocamento etc. têm velocidades escalares variáveis no tempo.

No movimento uniforme, a velocidade escalar média calculada em qualquer intervalo de tempo é sempre a mesma e igual à velocidade escalar em qualquer instante. Esse fato não ocorre no movimento variado.

Nos movimentos variados, devemos distinguir duas velocidades: a velocidade escalar média, definida em um determinado intervalo de tempo, e a velocidade escalar instantânea.

Velocidade escalar média

$$v_{m\ t_1 \vdash t_2} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Velocidade escalar instantânea

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

2. Aceleração escalar

Num movimento variado, seja v_1 a velocidade escalar do móvel no instante t_1, e v_2 a velocidade escalar no instante posterior t_2. Seja $\Delta v = v_2 - v_1$ a variação da velocidade no intervalo de tempo Δt. A **aceleração escalar média** α_m no intervalo de tempo Δt é, por definição:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

Observe que a aceleração escalar média é a grandeza que indica de quanto varia a velocidade escalar num dado intervalo de tempo.

A **aceleração escalar instantânea** α pode ser entendida como uma aceleração escalar média $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, considerando-se o intervalo de tempo Δt extremamente pequeno, isto é, Δt tendendo a zero ($\Delta t \to 0$ ou $t_2 \to t_1$). Nesse caso, o quociente $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ assume um determinado valor limite. Daí a definição:

> A aceleração escalar instantânea α é o valor limite a que tende a aceleração escalar média $\frac{\Delta v}{\Delta t}$, quando Δt tende a zero. Representa-se por:
>
> $$\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Se a variação da velocidade Δv estiver em m/s (metros por segundo) e o intervalo de tempo Δt estiver em s (segundos), a aceleração $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ será medida em $\frac{m/s}{s}$ (metros por segundo, por segundo), que se indica por m/s^2 (metros por segundo ao quadrado).

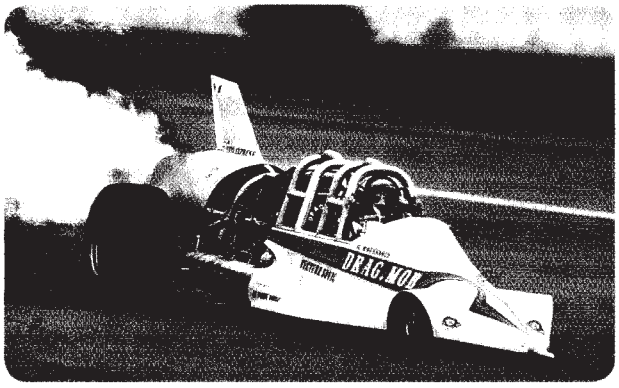
De modo geral, a unidade de aceleração é o quociente da unidade de velocidade por unidade de tempo: $\frac{km/h}{s}, \frac{cm/s}{s}, \frac{m/s}{s}, \frac{km/h}{min}, \frac{km/h}{h}$ etc.

A aceleração escalar pode ser positiva ou negativa, conforme Δv seja positivo ou negativo, já que Δt é positivo. **No movimento uniforme a velocidade escalar é constante e a aceleração escalar é nula.**

Quando a aceleração escalar instantânea é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a aceleração escalar média em qualquer intervalo de tempo.

Comparando acelerações

- A aceleração de queda de um corpo nas proximidades da superfície da Terra, desprezada a resistência do ar, é de aproximadamente 10 m/s^2. Então, numa queda de apenas 3 s, um corpo atinge o solo a 30 m/s, equivalente a 108 km/h.
- Em 2 s a velocidade do guepardo varia de 0 a 72 km/h, correspondendo a uma aceleração média de 36 $\frac{km/h}{s}$ ou 10 m/s^2.
- Os veículos terrestres de maior aceleração são os *dragsters*. Numa corrida de apenas 402,25 m, na categoria Top Fuel (a mais potente), a velocidade varia de 0 a aproximadamente 530 km/h em apenas 4,5 s, o que corresponde a uma aceleração média de 117,8 $\frac{km/h}{s}$ ou 32,7 m/s^2.
- A Ferrari F430 faz de 0 a 100 km/h em 3,6 s, correspondendo a uma aceleração média de 27,8 $\frac{km/h}{s}$ ou 7,7 m/s^2.



XAVIER ROSSI / GAMMA-OTHER IMAGES

▲ *Dragster*

EMILIO FLORES / GETTY IMAGES NEWS

▲ **Ferrari F430**

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

R.22 Em um anúncio de certo tipo de automóvel, afirma-se que o veículo, partindo do repouso, atinge a velocidade de 108 km/h em 8 s. Qual é a aceleração escalar média desse automóvel?

Solução:

A variação da velocidade $\Delta v = 108$ km/h ocorre no intervalo de tempo $\Delta t = 8$ s. A aceleração escalar média do veículo, portanto, vale:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{108 \text{ km/h}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 13{,}5 \frac{\text{km/h}}{\text{s}}}$$

Esse resultado indica que, em média, a velocidade desse carro aumenta de 13,5 km/h a cada segundo. Para expressar o resultado em m/s^2, devemos converter a variação da velocidade para m/s:

$$\Delta v = 108 \text{ km/h} = \frac{108}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = 30 \text{ m/s}$$

Assim:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = 3{,}75 \text{ m/s}^2}$$

Resposta: $\alpha_m = 13{,}5 \frac{\text{km/h}}{\text{s}} = 3{,}75 \text{ m/s}^2$

R.23 Um corpo, nas proximidades da Terra, cai com aceleração constante de 9,8 m/s^2, desprezada a resistência do ar. Supondo que tenha partido do repouso, qual é a sua velocidade nos instantes 1 s, 2 s, 3 s, 4 s e 5 s?

Solução:

Se a aceleração do movimento de queda é constante e igual a 9,8 m/s^2 $\left(\text{ou seja, } 9{,}8 \frac{\text{m/s}}{\text{s}}\right)$, significa que, a cada segundo decorrido, sua velocidade aumenta de 9,8 m/s.

Como o móvel partiu do repouso, sua velocidade no instante $t_0 = 0$ é nula.

Então:

$t_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 0$

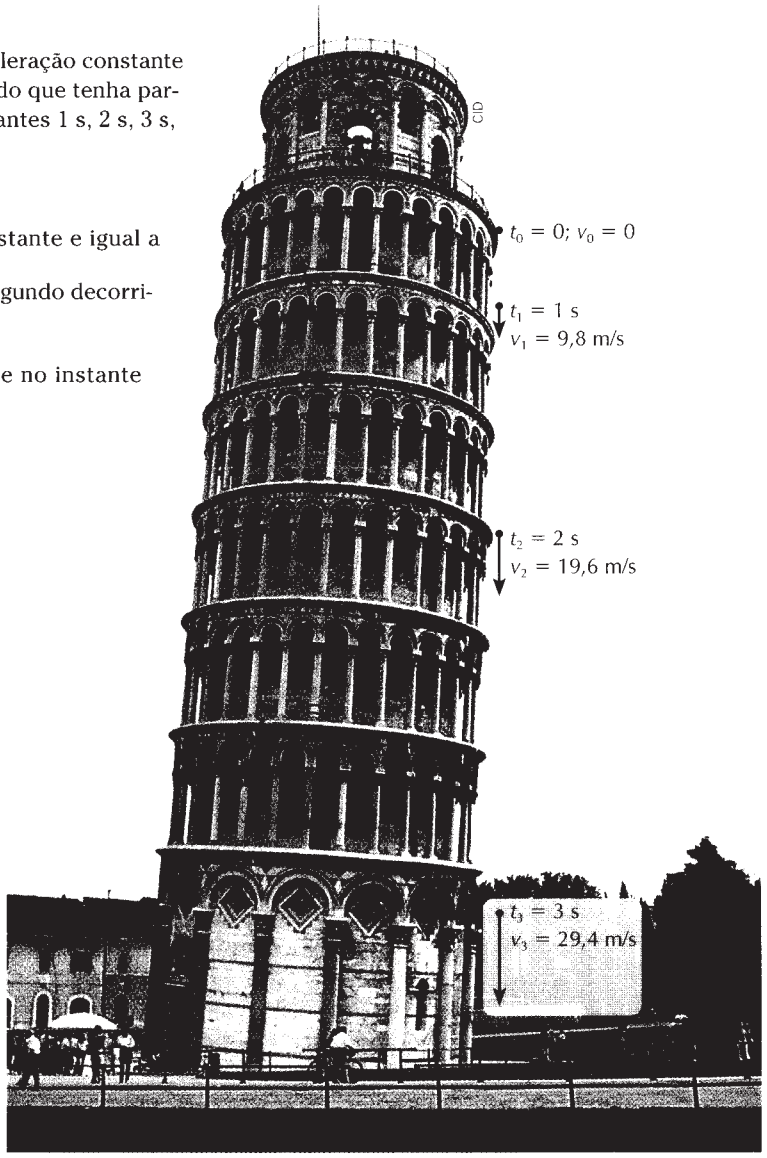
$t_1 = 1 \text{ s} \Rightarrow v_1 = v_0 + 9{,}8 \text{ m/s} = 9{,}8 \text{ m/s}$

$t_2 = 2 \text{ s} \Rightarrow v_2 = v_1 + 9{,}8 \text{ m/s} = 19{,}6 \text{ m/s}$

$t_3 = 3 \text{ s} \Rightarrow v_3 = v_2 + 9{,}8 \text{ m/s} = 29{,}4 \text{ m/s}$

$t_4 = 4 \text{ s} \Rightarrow v_4 = v_3 + 9{,}8 \text{ m/s} = 39{,}2 \text{ m/s}$

$t_5 = 5 \text{ s} \Rightarrow v_5 = v_4 + 9{,}8 \text{ m/s} = 49 \text{ m/s}$



Interditada em 1990 para evitar que continuasse se inclinando, a Torre de Pisa, no norte da Itália, foi restaurada e voltou a receber turistas em 2002.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

R.24 Um piloto de Fórmula 1 está se movendo a 250 km/h quando chega a uma curva, sendo forçado a reduzir a velocidade de seu veículo para 88 km/h num intervalo de tempo de 3 s. Qual é a aceleração escalar média do carro nesse intervalo de tempo, expressa em $\frac{km/h}{s}$ e em m/s^2?

Solução:

Supondo a trajetória orientada no sentido do movimento do carro, temos $v_1 = 250$ km/h e $v_2 = 88$ km/h.
A variação da velocidade do veículo é: $\Delta v = v_2 - v_1 \Rightarrow \Delta v = 88 - 250 \Rightarrow \Delta v = -162$ km/h
O intervalo de tempo é $\Delta t = 3$ s.

A aceleração escalar média do carro é: $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-162}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -54 \frac{km/h}{s}}$

Esse resultado indica que, em média, a velocidade do carro diminui 54 km/h a cada segundo.
Para expressar esse resultado em m/s^2, devemos converter a variação da velocidade para m/s:

$$\Delta v = -\frac{162}{3{,}6} \text{ m/s} \Rightarrow \Delta v = -45 \text{ m/s}$$

Assim: $\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-45}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -15 \text{ m/s}^2}$

Resposta: $\alpha_m = -54 \frac{km/h}{s} = -15 \text{ m/s}^2$

Exercícios propostos

P.61 Partindo do repouso, um avião percorre a pista e atinge a velocidade de 360 km/h em 25 s. Qual é o valor da aceleração escalar média no referido intervalo de tempo?

P.62 Nas proximidades da superfície da Lua, um corpo cai com aceleração constante de 1,6 m/s^2. Supondo ter partido do repouso, determine a velocidade desse corpo nos instantes 1 s, 2 s, 3 s e 4 s.

P.63 Trafegando por uma avenida com velocidade constante de 108 km/h, num dado instante o motorista percebe o sinal vermelho à frente e pisa no freio até parar, ao fim de 5 s. Determine a aceleração escalar média do carro nesse intervalo de tempo, expressa em $\frac{km/h}{s}$ e em m/s^2.

3. Movimento acelerado e retardado

É costume dizer-se que, quando um carro está acelerando, sua velocidade aumenta no decurso do tempo, e quando está retardando, sua velocidade diminui com o tempo. No entanto, cuidado com essas noções! Elas somente seriam verdadeiras se as velocidades fossem sempre positivas.

Em Cinemática, de acordo com a orientação da trajetória, a velocidade escalar pode ser positiva ou negativa. Assim, ao nos referirmos a **acelerado** ou **retardado**, devemos trabalhar com o **módulo** da velocidade escalar. Quando aceleramos ou retardamos um veículo, estamos aumentando ou diminuindo o módulo da velocidade escalar.

Movimento **acelerado**: o **módulo** da velocidade escalar **aumenta** no decurso do tempo.
Movimento **retardado**: o **módulo** da velocidade escalar **diminui** no decurso do tempo.

O sinal da aceleração escalar depende do sinal da variação da velocidade (Δv) e, de acordo com a orientação da trajetória, o movimento acelerado pode ser progressivo (a favor da orientação da trajetória) ou retrógrado (contra a orientação da trajetória). O mesmo ocorre no movimento retardado.

Vamos analisar um movimento acelerado (quadro I), orientando a trajetória primeiro a favor (progressivo) e depois contra o sentido do movimento (retrógrado). A partir dessa orientação determinamos os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar. Note no quadro I: quando a velocidade escalar é positiva, a aceleração escalar também o é (acelerado progressivo); quando a velocidade escalar é negativa, a aceleração escalar também é negativa (acelerado retrógrado).

Num movimento acelerado, a velocidade escalar e a aceleração escalar têm o mesmo sinal: ou ambas são positivas ou ambas são negativas.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

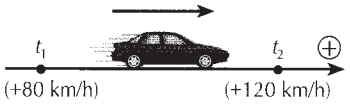
QUADRO I

Movimento acelerado

O **módulo** da velocidade escalar **aumenta** no decurso do tempo.

Dependendo da orientação da trajetória, podem ocorrer duas situações:

Acelerado progressivo



A favor da trajetória

$v > 0$, pois: $v_1 = +80$ km/h e $v_2 = +120$ km/h

$\alpha > 0$, pois: $\Delta v = v_2 - v_1 = (+120) - (+80)$

$\Delta v = 40$ km/h > 0

Assim, sendo $\Delta v > 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$$

Acelerado retrógrado

Contra a trajetória

$v < 0$, pois: $v_1 = -80$ km/h e $v_2 = -120$ km/h

$\alpha < 0$, pois: $\Delta v = v_2 - v_1 = (-120) - (-80)$

$\Delta v = -40$ km/h < 0

Assim, sendo $\Delta v < 0$, $\Delta t > 0$, vem:

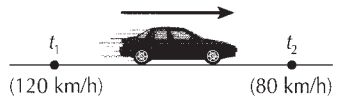
$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$$

O mesmo critério adotamos para o movimento retardado (quadro II). Nesse quadro, quando a velocidade escalar é positiva, a aceleração escalar é negativa (retardado progressivo); quando a velocidade escalar é negativa, a aceleração escalar é positiva (retardado retrógrado).

Num movimento retardado, a velocidade escalar e a aceleração escalar têm sinais contrários: quando uma é positiva, a outra é negativa, e vice-versa.

QUADRO II

Movimento retardado



O **módulo** da velocidade escalar **diminui** no decurso do tempo.

Dependendo da orientação da trajetória, podem ocorrer duas situações:

Retardado progressivo

A favor da trajetória

$v > 0$, pois: $v_1 = +120$ km/h e $v_2 = +80$ km/h

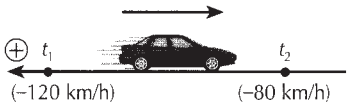
$\alpha < 0$, pois: $\Delta v = v_2 - v_1 = (+80) - (+120)$

$\Delta v = -40$ km/h < 0

Assim, sendo $\Delta v < 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} < 0$$

Retardado retrógrado



Contra a trajetória

$v < 0$, pois: $v_1 = -120$ km/h e $v_2 = -80$ km/h

$\alpha > 0$, pois: $\Delta v = v_2 - v_1 = (-80) - (-120)$

$\Delta v = 40$ km/h > 0

Assim, sendo $\Delta v > 0$, $\Delta t > 0$, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} > 0$$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Dessa discussão decorre que, para analisar se um movimento é acelerado ou retardado, devemos comparar os sinais da velocidade escalar e da aceleração escalar. Apenas o sinal da aceleração escalar é insuficiente para determinar se um movimento é acelerado ou retardado.

Em resumo:

Movimento acelerado	Movimento retardado
$\begin{cases} v > 0 \\ \alpha > 0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} v < 0 \\ \alpha < 0 \end{cases}$	$\begin{cases} v > 0 \\ \alpha < 0 \end{cases}$ ou $\begin{cases} v < 0 \\ \alpha > 0 \end{cases}$
• O módulo da velocidade escalar aumenta no decurso do tempo. • A velocidade e a aceleração escalares têm o mesmo sinal.	• O módulo da velocidade escalar diminui no decurso do tempo. • A velocidade e a aceleração escalares têm sinais contrários.

PHILIP GOULD / CORBIS-LATINSTOCK

▲ Crianças descem um tobogã em movimento acelerado.

EDUARDO SANTALIESTRA / CID

▲ A bolinha lançada verticalmente para cima descreve, até atingir o ponto mais alto, um movimento retardado.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

4. Função horária da velocidade

Nos movimentos variados, além de o espaço s variar no decurso do tempo, também a velocidade escalar é uma função do tempo. A velocidade escalar pode ser apresentada como função do tempo através de tabelas ou de equações matemáticas.

Exercício resolvido

R-25 Num movimento, a velocidade escalar do móvel varia em função do tempo, de acordo com os valores apresentados na tabela. O sinal da velocidade indica o sentido do movimento segundo uma orientação da trajetória.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
v (m/s)	10	8	6	4	2	0	−2	−4	−6

Determine:

a) se o movimento é uniforme ou variado;

b) a velocidade escalar do móvel no instante inicial ($t = 0$ s);

c) se o movimento é acelerado ou retardado nos intervalos de 0 s a 4 s e de 6 s a 8 s;

d) a aceleração escalar média de 0 s a 2 s, de 3 s a 5 s e de 4 s a 7 s.

Solução:

a) O movimento é variado, pois sua velocidade escalar varia no decurso do tempo.

b) Da tabela, em $t = 0$ s: $\boxed{v_0 = 10 \text{ m/s}}$.

c) No intervalo de 0 s a 4 s o módulo da velocidade diminui com o tempo: o movimento é retardado. No intervalo de 6 s a 8 s o módulo aumenta com o tempo: o movimento é acelerado.

d) De 0 s a 2 s: $v_0 = 10$ m/s; $v_2 = 6$ m/s; $\Delta v = v_2 - v_0 = 6 - 10 \Rightarrow \Delta v = -4$ m/s

$$(\Delta t = 2 \text{ s}) \qquad \alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2 \text{ m/s}^2}$$

De 3 s a 5 s: $v_3 = 4$ m/s; $v_5 = 0$ m/s; $\Delta v = v_5 - v_3 = 0 - 4 \Rightarrow \Delta v = -4$ m/s

$$(\Delta t = 2 \text{ s}) \qquad \alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-4}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2 \text{ m/s}^2}$$

De 4 s a 7 s: $v_4 = 2$ m/s; $v_7 = -4$ m/s; $\Delta v = v_7 - v_4 = (-4) - 2 \Rightarrow \Delta v = -6$ m/s

$$(\Delta t = 3 \text{ s}) \qquad \alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6}{3} \Rightarrow \boxed{\alpha_m = -2 \text{ m/s}^2}$$

Respostas: a) variado; b) $v_0 = 10$ m/s; c) de 0 s a 4 s: retardado; de 6 s a 8 s: acelerado; d) -2 m/s^2; -2 m/s^2; -2 m/s^2

Observação:
Com os dados da tabela, em qualquer outro intervalo de tempo que se considere, a aceleração escalar média é sempre constante. Isso se deve ao fato de a variação da velocidade escalar ser proporcional ao intervalo de tempo correspondente.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercício proposto

P.64 A velocidade escalar de um móvel varia com o tempo conforme os dados da tabela seguinte. O sinal da velocidade indica o sentido do movimento, segundo uma orientação da trajetória.

t (s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
v (m/s)	−18	−15	−12	−9	−6	−3	0	3	6	9

a) O movimento é uniforme ou variado? Por quê?
b) Qual é a velocidade escalar do móvel no instante inicial ($t = 0$)?
c) Classifique o movimento como acelerado ou retardado nos intervalos de tempo de 0 s a 4 s e de 7 s a 9 s.
d) Calcule a aceleração escalar média do movimento nos intervalos de tempo de 0 s a 3 s, de 4 s a 7 s e de 6 s a 9 s.

5. Movimento uniformemente variado (MUV)

Movimentos que possuem **aceleração escalar instantânea constante** (e não-nula) são chamados **movimentos uniformemente variados**.

Decorre imediatamente que, se a aceleração escalar é a mesma em todos os instantes, ela coincide com a aceleração escalar média, qualquer que seja o intervalo de tempo considerado:

$$\alpha = \alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0$$

Assim, no movimento uniformemente variado, a variação da velocidade Δv é diretamente proporcional ao intervalo de tempo Δt correspondente. Essa proporcionalidade significa que, **no movimento uniformemente variado, a velocidade escalar apresenta variações iguais em intervalos de tempo iguais.**

Sendo v_0 a velocidade escalar no instante $t = 0$, denominada **velocidade inicial**, e v a velocidade escalar num instante t, vem:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{v - v_0}{t - 0} \Rightarrow \boxed{v = v_0 + \alpha t}$$

Essa função estabelece como varia a velocidade escalar no decurso do tempo no movimento uniformemente variado: v_0 e α são constantes, e a cada valor de t corresponde um único valor de v.

A tabela a seguir apresenta alguns exemplos, considerando a velocidade v em metros por segundo (m/s) e a aceleração α em metros por segundo ao quadrado (m/s^2):

$v = v_0 + \alpha t$	v_0	α
$v = 5 + 2t$	$v_0 = +5$ m/s	$\alpha = +2$ m/s^2
$v = -3 + 8t$	$v_0 = -3$ m/s	$\alpha = +8$ m/s^2
$v = 2 - 3t$	$v_0 = 2$ m/s	$\alpha = -3$ m/s^2
$v = -4 - 9t$	$v_0 = -4$ m/s	$\alpha = -9$ m/s^2
$v = 3t$	$v_0 = 0$	$\alpha = +3$ m/s^2
$v = t$	$v_0 = 0$	$\alpha = +1$ m/s^2

Entre na rede

No endereço eletrônico **http://br.geocities.com/saladefisica3/laboratorio/aceleracao/aceleracao.htm** (acesso em 13/2/2007), é apresentada uma animação que mostra a relação entre velocidade e a aceleração de um veículo em movimento numa estrada.

Exercícios resolvidos

R.26 Um ponto material está em MUV com aceleração escalar igual a -2 m/s^2. Sua velocidade escalar varia no tempo, segundo os dados da tabela abaixo.

t (s)	0	1	2	3	4	5
v (m/s)	6	4	2	0	-2	-4

Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;
b) em que intervalos de tempo o movimento é acelerado e em que intervalos de tempo é retardado;
c) em que intervalos de tempo o movimento é progressivo e em que intervalos de tempo é retrógrado.

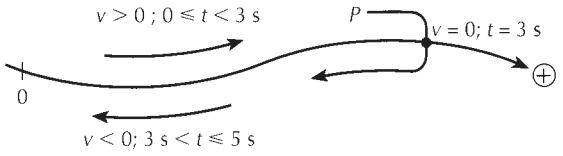
Solução:

a) A velocidade escalar inicial v_0 é a velocidade do móvel no instante $t = 0$; da tabela $\boxed{v_0 = +6 \text{ m/s}}$.

b) Pela tabela notamos que no intervalo de tempo de $0 \leq t < 3$ s o módulo da velocidade escalar decresce com o tempo; portanto, nesse intervalo o movimento é retardado. No intervalo de tempo de $3 \text{ s} < t \leq 5$ s o módulo da velocidade escalar aumenta com o tempo e o movimento é acelerado.

c) No intervalo $0 \leq t < 3$ s a velocidade escalar é positiva e o movimento é progressivo; no intervalo $3 \text{ s} < t \leq 5$ s a velocidade escalar é negativa e o movimento é retrógrado.

Observação:
O móvel **muda de sentido** no intervalo de tempo observado. Assim, no intervalo $0 \leq t < 3$ s, a velocidade escalar é positiva, isto é, o móvel está caminhando a favor da orientação da trajetória. Para $3 \text{ s} < t \leq 5$ s, a velocidade escalar é negativa, ou seja, o móvel retorna em sentido contrário ao da orientação da trajetória. Em $t = 3$ s a velocidade é **nula**; nesse instante, o sentido do movimento está mudando.
Quando ocorre a mudança no sentido do movimento, necessariamente a velocidade escalar do móvel se anula ($v = 0$). Por outro lado, a recíproca não é obrigatoriamente verdadeira, isto é, a velocidade escalar do móvel pode se anular sem que esteja ocorrendo mudança no sentido do movimento — basta que ele permaneça parado depois que a velocidade se anula. Esquematizando os dados da tabela, temos:



R.27 É dada a função $v = 12 - 2t$, na qual t é medido em segundos e v em metros por segundo.

a) Determine a velocidade escalar inicial e a aceleração escalar do movimento.
b) Discuta se o movimento é acelerado ou retardado nos instantes 2 s e 8 s.
c) Verifique se há mudança de sentido do movimento (se houver, determine em que instante).

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Solução:

a) O movimento proposto é MUV, pois sua velocidade escalar varia em função do tempo de acordo com uma função do tipo $v = v_0 + \alpha t$.
Comparando $v = v_0 + \alpha t$ com $v = 12 - 2t$ e identificando cada termo, obtemos:

$$\boxed{v_0 = 12 \text{ m/s}} \qquad \boxed{\alpha = -2 \text{ m/s}^2}$$

A aceleração escalar do movimento é constante (definição do MUV) e igual a -2 m/s^2.

b) Já sabemos que $v = 12 - 2t$. Então, temos:
$t = 2$ s $\Rightarrow v_2 = 12 - 2 \cdot 2 \Rightarrow v_2 = 8$ m/s ($v_2 > 0$)
$t = 8$ s $\Rightarrow v_8 = 12 - 2 \cdot 8 \Rightarrow v_8 = -4$ m/s ($v_8 < 0$)
No instante 2 s o movimento é retardado, pois a velocidade e a aceleração escalares têm sinais contrários ($v > 0$, $\alpha < 0$).
No instante 8 s o movimento é acelerado, pois a velocidade e a aceleração escalares têm o mesmo sinal ($v < 0$, $\alpha < 0$).

Observação:
Quando se dispõe de uma tabela da velocidade escalar em função do tempo, a discussão acelerado/retardado é feita pelo módulo da velocidade escalar; quando se dispõe da função da velocidade $v = v_0 + \alpha t$, a discussão acelerado/retardado é feita comparando-se os sinais de v e de α.

c) Mudança de sentido: se houver, devemos ter $v = 0$ no instante considerado. Substituindo v por zero em $v = 12 - 2t$, vem:

$$0 = 12 - 2t \Rightarrow 2t = 12 \Rightarrow \boxed{t = 6 \text{ s}}$$

Respostas: a) 12 m/s; -2 m/s^2; b) 2 s: retardado; 8 s: acelerado; c) ocorre mudança de sentido em $t = 6$ s.

Exercícios propostos

P.65 Um móvel em MUV possui aceleração igual a $-0{,}5$ m/s^2. Sua velocidade escalar varia no decurso do tempo, segundo os dados da tabela abaixo.

t (s)	0	2	4	6	8	10
v (m/s)	3,0	2,0	1,0	0,0	$-1{,}0$	$-2{,}0$

Determine:
a) a velocidade escalar inicial do movimento;
b) em que intervalos de tempo o movimento é progressivo; em que intervalos de tempo é retrógrado;
c) em que intervalos de tempo o movimento é acelerado; em que intervalos de tempo é retardado;
d) se o móvel em questão muda de sentido e em que instante.

P.66 É dado o movimento cuja velocidade escalar obedece à função $v = 3 - 2t$, na qual t está em horas e v está em km/h. Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;
b) a aceleração escalar;
c) a velocidade escalar no instante $t = 1$ h;
d) em que instante o móvel muda de sentido.

P.67 É dada a função $v = 10 + 5t$ (t em segundos e v em metros por segundo), que exprime a velocidade v de um movimento em função do tempo t.

a) Determine a velocidade inicial e a aceleração escalar do movimento.
b) Verifique se há mudança de sentido do móvel após o instante $t = 0$.

6. Funções horárias do MUV

Todo MUV possui aceleração escalar constante com o tempo e velocidade escalar variável de acordo com a função:

$$\boxed{v = v_0 + \alpha t}$$ **função horária da velocidade do MUV**

Para que sua descrição seja completa, devemos também conhecer sua função horária dos espaços, isto é, como os espaços s variam no decurso do tempo.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

É possível demonstrar* que a função horária do MUV é uma função do 2º grau em t do tipo:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$ **função horária do espaço do MUV**

em que s_0 é o espaço inicial, v_0 é a velocidade escalar inicial e α é a aceleração escalar constante do MUV. As variáveis s e t se correspondem; a cada valor de t obtemos, em correspondência, um único valor de s.

Na função horária do MUV, o coeficiente de t^2 é $\frac{\alpha}{2}$. Assim, se a função for do tipo $s = 5 + 2t + 4t^2$ (s em metros e t em segundos), devemos observar que:

$$4 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 2 \cdot 4 \Rightarrow \alpha = 8 \text{ m/s}^2$$

Portanto, para se obter a aceleração escalar α basta multiplicar o coeficiente de t^2 por 2.
Resumindo, temos:

Movimento uniformemente variado (MUV)

$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \qquad v = v_0 + \alpha t \qquad \alpha = \text{constante} \neq 0$

Essas funções definem o MUV em qualquer tipo de trajetória. No entanto, o conhecimento apenas das funções anteriores não permite nenhuma conclusão sobre a forma da trajetória.

Da função horária dos espaços, após identificar s_0, v_0 e α, podemos chegar à função horária da velocidade escalar, como segue.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \longrightarrow v = v_0 + \alpha t$$

De $s = 5 - 2t + \frac{3}{2} t^2$ vem: $s_0 = 5$ m; $v_0 = -2$ m/s; $\alpha = 3$ m/s^2 $\Rightarrow v = -2 + 3t$

De $s = -3 + 4t + \frac{1}{2} t^2$ vem: $s_0 = -3$ m; $v_0 = +4$ m/s; $\alpha = 1$ m/s^2 $\Rightarrow v = 4 + t$

De $s = 7 + t - 5t^2$ vem: $s_0 = 7$ m; $v_0 = +1$ m/s; $\alpha = -10$ m/s^2 $\Rightarrow v = 1 - 10t$

De $s = -t + t^2$ vem: $s_0 = 0$; $v_0 = -1$ m/s; $\alpha = 2$ m/s^2 $\Rightarrow v = -1 + 2t$

De $s = t^2$ vem: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$; $\alpha = 2$ m/s^2 $\Rightarrow v = 2t$

Da função horária dos espaços → chega-se à → função horária da velocidade

O processo inverso é possível se conhecermos s_0.

Exercícios resolvidos

R. 28 É dado o movimento cujo espaço s, medido na trajetória (em metros) a partir de uma origem, varia em função do tempo conforme:

$$s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2}$$ (os instantes t estão medidos em segundos)

a) Determine o tipo geral do movimento.
b) Determine o espaço e a velocidade inicial, e a aceleração escalar.
c) Determine a função da velocidade escalar em relação ao tempo.
d) Verifique se o móvel muda de sentido; se mudar, determine o espaço nesse instante.

* A demonstração dessa função encontra-se na página 95 (observação ③, ao final do estudo dos gráficos do MUV).

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Solução:

a) O movimento proposto é MUV, pois seus espaços variam com o tempo, de acordo com uma função do 2º grau em t.

b) Comparando $s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$ com $s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2}$ e identificando cada termo, obtemos:

$$\boxed{s_0 = 10\ \text{m}} \qquad \boxed{v_0 = -2\ \text{m/s}} \qquad \boxed{\alpha = 1\ \text{m/s}^2}$$

c) A função da velocidade escalar é do tipo $v = v_0 + \alpha t$, na qual $v_0 = -2$ m/s e $\alpha = 1$ m/s^2:

$$\boxed{v = -2 + t} \quad (t \text{ em segundos e } v \text{ em metros por segundo})$$

d) Há mudança de sentido quando $v = 0$. Logo:

$$v = -2 + t \Rightarrow 0 = -2 + t \Rightarrow t = 2\ \text{s}$$

Nesse instante, o espaço é:

$$s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2} = 10 - 2 \cdot 2 + \frac{2^2}{2} \Rightarrow \boxed{s = 8\ \text{m}}$$

Observação:
As funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$ determinam o espaço e a velocidade escalar do móvel no decurso do tempo. O móvel muda de sentido, mas suas funções o definem na ida e na volta. No MUV as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$ são únicas, independentemente de o móvel ir ou voltar. Esse fato pode ser verificado tabelando-se alguns valores dessas funções como indicamos a seguir (a tabela foi obtida atribuindo valores de t nas equações de s e v).

t (em s)	0	1	2	3	4	5
$s = 10 - 2t + \frac{t^2}{2}$ (s em m)	10	8,5	8	8,5	10	12,5
$v = -2 + t$ (v em m/s)	−2	−1	0	+1	+2	+3

Note que até o instante $t = 2$ s o movimento é retrógrado, pois sua velocidade escalar é negativa. No instante $t = 2$ s o móvel muda de sentido e está na posição cujo espaço é igual a 8 m. Após o instante $t = 2$ s o movimento passa a ser progressivo.

Respostas: a) MUV; b) 10 m; −2 m/s; 1 m/s^2; c) $v = -2 + t$ (v em m/s e t em s); d) 8 m

E.29 Um móvel descreve um MUV numa trajetória retilínea e os seus espaços variam no tempo de acordo com a função horária:

$$s = 9 + 3t - 2t^2 \quad (t \text{ em segundos e } s \text{ em metros})$$

Determine:

a) a função da velocidade escalar; **b)** o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.

Solução:

a) Comparando a função dada ($s = 9 + 3t - 2t^2$) com $s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$, obtemos $s_0 = 9$ m, $v_0 = +3$ m/s e $\alpha = -4$ m/s^2. A função $v = v_0 + \alpha t$ fica:

$$\boxed{v = 3 - 4t} \quad (t \text{ em segundos e } v \text{ em metros por segundo})$$

b) O móvel passa pela origem dos espaços (marco zero) quando seu espaço $s = 0$. Substituindo esse valor em $s = 9 + 3t - 2t^2$, vem:

$$0 = 9 + 3t - 2t^2$$
$$2t^2 - 3t - 9 = 0$$

Trata-se de uma equação do 2º grau em t cuja solução (veja o quadro) é:

$$\boxed{t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

Equação do 2º grau

A expressão geral de uma equação do 2º grau em x é:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Nessa expressão, $a \neq 0$, b e c são coeficientes numéricos, chamados parâmetros da equação. As raízes dessa equação são dadas pela fórmula geral:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Como temos $2t^2 - 3t - 9 = 0$ ($a = 2$, b $= -3$ e $c = -9$), vem:

$$t = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9)}}{2 \cdot 2} \Rightarrow t = \frac{+3 \pm \sqrt{9 + 72}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{81}}{4} = \frac{3 \pm 9}{4}$$

$$t' = \frac{3 + 9}{4} = \frac{12}{4} \Rightarrow \boxed{t' = 3\text{ s}} \quad \text{e} \quad t'' = \frac{3 - 9}{4} \Rightarrow \boxed{t'' = -1{,}5\text{ s}}$$

O móvel passa pela origem dos espaços nos instantes $t' = 3$ s e $t'' = -1{,}5$ s. Esta segunda resposta significa 1,5 s antes do instante $t = 0$ s.
Admitindo-se que a função horária seja definida apenas para instantes posteriores a $t = 0$ s, então só a primeira solução (3 s) é resposta.

Respostas: a) $v = 3 - 4t$ (v em m/s e t em s); b) 3 s

Um ponto material parte do repouso com movimento uniformemente acelerado de aceleração escalar $\alpha = +5\text{ m/s}^2$. Quais são os valores de sua velocidade e de seu espaço após 10 s?

Solução:

O móvel parte do repouso. Portanto, sua velocidade inicial é $v_0 = 0$. Vamos convencionar que no instante inicial o móvel se encontrava na própria origem dos espaços. Assim: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$ (parte do repouso); $\alpha = +5\text{ m/s}^2$.
Substituindo esses valores nas funções horárias, para $t = 10$ s, temos:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow s = \frac{5t^2}{2} \Rightarrow s = \frac{5}{2} \cdot 10^2 \Rightarrow \boxed{s = 250\text{ m}}$$

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 5t \Rightarrow v = 5 \cdot 10 \Rightarrow \boxed{v = 50\text{ m/s}}$$

Resposta: O móvel se encontra a 250 m de sua posição de partida e com velocidade escalar de 50 m/s, no instante 10 s.

Sobre uma mesma trajetória, dois móveis A e B se movimentam obedecendo às funções horárias $s_A = -10 + 20t$ e $s_B = 15 + 5t + 2t^2$ (s em metros e t em segundos). Determine:

a) em que instantes os móveis A e B se cruzam;
b) onde, na trajetória, ocorrem os cruzamentos dos móveis.

Solução:

a) Os espaços iniciais (em $t = 0$) dos móveis são, respectivamente, -10 m e $+15$ m e eles se movem a favor do sentido da trajetória. Esquematicamente:

Para determinar os instantes em que os móveis se cruzam, devemos igualar os espaços: $s_A = s_B$.
Temos: $s_A = -10 + 20t$ e $s_B = 15 + 5t + 2t^2$
Igualando: $-10 + 20t = 15 + 5t + 2t^2 \Rightarrow 2t^2 - 15t + 25 = 0$
Resolvendo essa equação do 2º grau:

$$t = \frac{15 \pm \sqrt{15^2 - 4 \cdot 2 \cdot 25}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 200}}{4} \Rightarrow t = \frac{15 \pm \sqrt{25}}{4} \Rightarrow t = \frac{15 \pm 5}{4}$$

$$t' = \frac{15 - 5}{4} \Rightarrow \boxed{t' = 2{,}5\text{ s}} \quad \text{e} \quad t'' = \frac{15 + 5}{4} \Rightarrow \boxed{t'' = 5\text{ s}}$$

Portanto, os móveis se cruzam duas vezes: no instante 2,5 s e no instante 5 s.

b) Para determinar as posições em que ocorrem esses cruzamentos, devemos substituir esses instantes numa das funções horárias. Assim:

$$s'_A = -10 + 20 \cdot 2{,}5 = -10 + 50 \Rightarrow \boxed{s'_A = 40\text{ m}}$$

$$s''_A = -10 + 20 \cdot 5 = -10 + 100 \Rightarrow \boxed{s''_A = 90\text{ m}}$$

Respostas: a) 2,5 s; 5 s; b) 40 m; 90 m

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Um automóvel está parado diante de um sinal fechado. No instante em que o farol fica verde, passa por ele uma motocicleta que mantém uma velocidade constante de 15 m/s. Supondo que, nesse mesmo instante, o automóvel comece a se mover com aceleração constante igual a 2 m/s^2, determine:

a) após quanto tempo o automóvel alcança a moto;
b) que distância o automóvel percorre até alcançar a moto;
c) a velocidade do automóvel no instante em que alcança a moto.

Solução:

a) Vamos adotar a posição inicial do automóvel como origem dos espaços e o instante em que o farol abre como origem dos tempos ($t = 0$).
Para o automóvel: $s_0 = 0$; $v_0 = 0$; $\alpha = 2$ m/s^2

Substituindo esses valores em $s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$ (MUV), vem: $s_A = t^2$

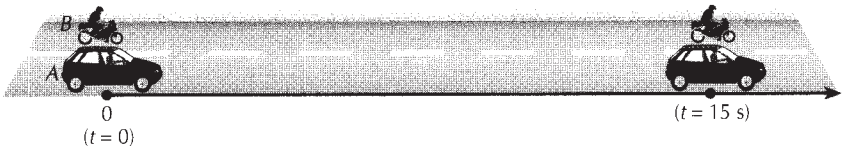
Para a motocicleta: $s_0 = 0$; $v = 15$ m/s
Substituindo esses valores em $s = s_0 + vt$ (MU), vem: $s_B = 15t$
No instante em que o automóvel (A) alcança a moto (B), os espaços são iguais. Portanto:

$$s_A = s_B \Rightarrow t^2 = 15t \Rightarrow t^2 - 15t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ ou } t = 15 \text{ s}$$

Uma das soluções é o instante inicial $t = 0$.

Estamos interessados na outra solução, isto é: $\boxed{t = 15 \text{ s}}$

Esquematicamente:



b) Obtemos a distância percorrida pelo automóvel substituindo t por 15 s em $s_A = t^2$. Assim:

$$s_A = (15)^2 \Rightarrow \boxed{s_A = 225 \text{ m}}$$

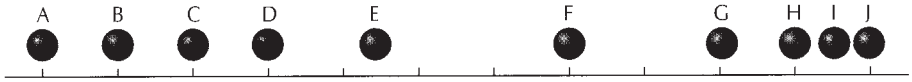
c) A velocidade do automóvel varia com o tempo, obedecendo à função horária: $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 2t$
Substituindo t por 15 s, vem:

$$v = 2 \cdot 15 \Rightarrow \boxed{v = 30 \text{ m/s}}$$

Respostas: a) 15 s; b) 225 m; c) 30 m/s

Exercícios propostos

P.68 O desenho representa uma fotografia de múltipla exposição de um pequeno corpo em movimento. O intervalo de tempo entre duas fotografias sucessivas é de 0,01 s. A escala abaixo do desenho está graduada em centímetros:



a) No intervalo de tempo definido pelas posições de A a D, o movimento é uniforme ou variado?
b) De D a F o movimento é acelerado ou retardado?
c) De F a J o movimento é acelerado ou retardado?

P.69 É dado um movimento cuja função horária é $s = 13 - 2t + \frac{2{,}5}{2} t^2$, na qual s é o espaço em centímetros e t é o tempo em segundos. Determine:

a) a velocidade inicial do movimento;
b) a aceleração escalar;
c) o instante e a posição em que o móvel muda de sentido.

P.70 É dado um movimento cuja função horária é $s = 0{,}25 + 0{,}75t - t^2$, sendo que s é o espaço em centímetros e t é o tempo em segundos. Determine:

a) o espaço inicial;
b) a velocidade escalar inicial;
c) a aceleração escalar;
d) a função da velocidade escalar;
e) o instante em que o móvel muda de sentido.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

P.71 Um ponto material está em movimento e sua velocidade escalar varia com o tempo segundo a função $v = 6 - 3t$, na qual t está em segundos e v em metros por segundo. Determine:

a) a velocidade escalar inicial do movimento;
b) a aceleração escalar;
c) o instante em que o móvel muda de sentido;
d) a função horária $s = f(t)$ do movimento, sendo 15 m o espaço inicial.

P.72 É dado o movimento cuja velocidade obedece à função $v = -8 + 2t$, em que t está em segundos e v em metros por segundo. Determine:

a) a velocidade escalar inicial;
b) a aceleração escalar;
c) o instante em que o móvel muda de sentido;
d) a função horária $s = f(t)$, sabendo-se que no instante inicial o espaço do móvel é igual a 5 m.

P.73 Um móvel passa pelo marco zero de uma trajetória, em movimento progressivo uniformemente acelerado, no instante em que $t = 0$ s. Nesse instante sua velocidade escalar é 25 m/s e a aceleração escalar é 12 m/s^2. Escreva as funções do movimento $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$.

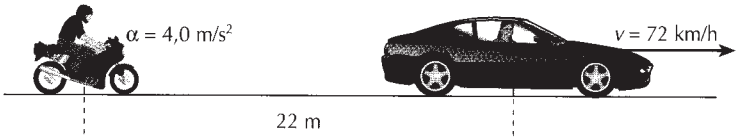
P.74 Um móvel passa pela origem dos espaços, em movimento uniformemente retardado, no instante em que $t = 0$ s. Nesse instante sua velocidade escalar é 10 m/s. A aceleração escalar do movimento é $-2{,}5$ m/s^2.
Determine:
a) a função horária $s = f_1(t)$ e a função da velocidade $v = f_2(t)$;
b) o instante em que o móvel passa novamente pela origem dos espaços;
c) o instante em que o móvel muda de sentido.

P.75 No instante em que se aciona um cronômetro ($t = 0$), um móvel está numa posição a 36 m do marco zero, medidos sobre sua trajetória, no trecho positivo. A partir desse instante, levantam-se os dados da tabela e admite-se que a lei de comportamento do movimento seja válida para os instantes posteriores aos da tabela.
Determine:
a) as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$ do movimento;
b) o instante em que o móvel muda de sentido;
c) seu espaço nesse instante.

t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	21	18	15	12	9

P.76 Considere dois móveis que, sobre uma mesma trajetória, realizam movimentos que obedecem às funções horárias $s_1 = -2 + 6t$ e $s_2 = 4 - 3t + 3t^2$ (s em metros e t em segundos).
a) Em que instante (ou instantes) esses móveis se cruzam?
b) Em que posição (ou posições) os móveis se cruzam?

P.77 Ao ver passar uma bela garota loura dirigindo uma Ferrari vermelha que desenvolve velocidade constante de 72 km/h, um apaixonado rapaz resolve sair ao seu encalço pilotando sua possante moto. No entanto, ao conseguir partir com a moto, com aceleração constante igual a 4,0 m/s^2, o carro já está 22 m à frente.
a) Após quanto tempo o rapaz alcança o carro da moça?
b) Que distância a moto percorre até o instante em que os dois veículos se emparelham?
c) Qual é a velocidade da moto no instante em que alcança o carro?



7. Velocidade escalar média no MUV

No movimento uniformemente variado (MUV), a velocidade escalar média (v_m), num intervalo de tempo, é a média aritmética das velocidades escalares nos instantes que definem o intervalo*:

$$\begin{matrix} t_1 \rightarrow v_1 \\ t_2 \rightarrow v_2 \end{matrix} \qquad v_{m\ t_1 \vdash t_2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Essa é uma propriedade importante do MUV.

* A demonstração dessa propriedade encontra-se na página 96 (observação ④, ao final do estudo dos gráficos do MUV).

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios resolvidos

R.33 Um movimento uniformemente variado é descrito pelas funções:

$$\begin{cases} s = 12 + 10t - t^2 \\ v = 10 - 2t \end{cases}$$ (t em segundos, s em metros e v em metros por segundo)

a) Determine a velocidade escalar média no intervalo de 1 s a 4 s.

b) Chamando de v_1 e v_4 as velocidades escalares instantâneas em 1 s e 4 s, respectivamente, verifique a propriedade do MUV: $v_{m_{1 \vdash 4}} = \dfrac{v_1 + v_4}{2}$

Solução:

a) A velocidade escalar média é dada por: $\boxed{v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}}$

Em $s = 12 + 10t - t^2$, determinamos:

$t = 1\text{ s} \Rightarrow s_1 = 12 + 10 \cdot 1 - 1^2 \Rightarrow s_1 = 21\text{ m}$

$t = 4\text{ s} \Rightarrow s_4 = 12 + 10 \cdot 4 - 4^2 \Rightarrow s_4 = 36\text{ m}$

$\Delta t = 4 - 1 \Rightarrow \Delta t = 3\text{ s}$ $\qquad$ $\Delta s = s_4 - s_1 \Rightarrow \Delta s = 15\text{ m}$

$$v_{m_{1 \vdash 4}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{15}{3} \Rightarrow \boxed{v_{m_{1 \vdash 4}} = 5\text{ m/s}}$$

b) Para verificarmos a propriedade do MUV, calcularemos v_1 e v_4.

Em $v = 10 - 2t$:

$t = 1\text{ s} \Rightarrow v_1 = 10 - 2 \cdot 1 \Rightarrow v_1 = 8\text{ m/s}$

$t = 4\text{ s} \Rightarrow v_4 = 10 - 2 \cdot 4 \Rightarrow v_4 = 2\text{ m/s}$

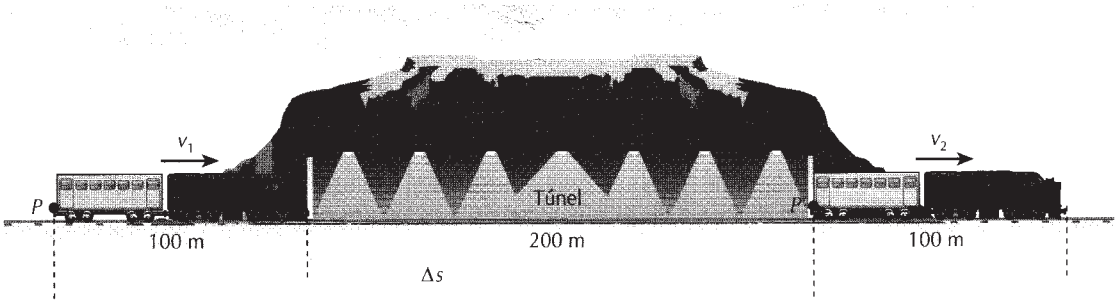
A média aritmética: $\dfrac{v_1 + v_4}{2} = \dfrac{8 + 2}{2} = \dfrac{10}{2} \Rightarrow \boxed{\dfrac{v_1 + v_4}{2} = 5\text{ m/s}}$

Esse resultado é a própria velocidade escalar média no referido intervalo.

Respostas: a) 5 m/s; b) 5 m/s

R.34 Um trem de comprimento 100 m atravessa um túnel reto de comprimento 200 m, com movimento uniformemente variado. Quando o trem começa a entrar no túnel, sua velocidade escalar é de 10 m/s e, quando acaba de sair do túnel, sua velocidade escalar é de 20 m/s. Qual é o intervalo de tempo decorrido do início ao fim da travessia?

Solução:



Qualquer ponto do trem — como o ponto P na traseira, por exemplo — percorre a distância $\Delta s = 300$ m durante a travessia do túnel.

De $v_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ e $v_m = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$, vem:

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2} \Rightarrow \frac{300}{\Delta t} = \frac{10 + 20}{2} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 20\text{ s}}$$

Resposta: 20 s

Pratique!

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios propostos

P.78 Em 5 s, a velocidade escalar de um móvel em MUV variou de 10 m/s para 25 m/s. Determine:

a) a velocidade escalar média do móvel nesse intervalo de tempo;
b) a distância percorrida pelo móvel.

P.79 A velocidade escalar de um móvel varia no decorrer do tempo segundo a função $v = 6 + 8t$. Determine:

a) a velocidade escalar média do móvel entre os instantes 2 s e 10 s;
b) a distância percorrida pelo móvel nesse intervalo de tempo.

P.80 Um carro de 4 m de comprimento em MUV atravessa uma ponte. Sua velocidade escalar é 36 km/h ao entrar na ponte e 54 km/h ao sair. O intervalo de tempo decorrido na travessia é 4 s. Qual é o comprimento da ponte?

8. Equação de Torricelli para o MUV

No MUV há muitos casos nos quais interessa relacionar a velocidade escalar v em função do espaço s, o que é feito com o emprego da chamada **equação de Torricelli**, que deduzimos a seguir.

Elevando ao quadrado ambos os membros de $v = v_0 + \alpha t$, obtemos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha t v_0 + \alpha^2 t^2 \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2\alpha\left(v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2\right)$$

Comparando com a função horária $s - s_0 = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$, vem: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha(s - s_0)$

Ou ainda: $\boxed{v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s}$ **equação de Torricelli para o MUV**

Nessa fórmula, a velocidade escalar v varia em função do espaço s; v_0 é a velocidade inicial, e α é a aceleração escalar do movimento (α pode ser positiva ou negativa, de acordo com as convenções adotadas).

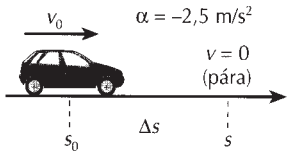
Exercício resolvido

Um carro a 90 km/h é freado uniformemente com a aceleração escalar de 2,5 m/s² (em módulo) até parar. Determine a variação do espaço do móvel desde o início da frenagem até parar.

Solução:

O exercício pode ser resolvido com as funções $s = f_1(t)$ e $v = f_2(t)$. No entanto, com a equação de Torricelli a solução é mais rápida. A velocidade inicial do movimento retardado é $v_0 = 90 \text{ km/h} = \frac{90}{3{,}6} \text{ m/s} = 25 \text{ m/s}$; a aceleração de retardamento é $\alpha = -2{,}5 \text{ m/s}^2$ (negativa, pois o movimento é retardado e, portanto, v_0 e α devem ter sinais contrários). A velocidade final v é nula, pois o móvel pára ao fim do percurso. Assim:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = 25^2 - 2 \cdot 2{,}5 \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = \frac{25^2}{5} \Rightarrow \boxed{\Delta s = 125 \text{ m}}$$



Início da frenagem

Resposta: 125 m

Leia mais

Na página 67, leia sobre os movimentos que são realizados por um avião, da decolagem ao pouso.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios propostos

P.81 Um móvel parte do repouso e, com aceleração constante de 5 m/s^2, atinge a velocidade de 20 m/s. Determine a variação do espaço do móvel durante essa variação da velocidade.

P.82 (UFPE) Um veículo em movimento sofre uma desaceleração uniforme em uma pista reta, até parar. Sabendo-se que, durante os últimos 9,0 m de seu deslocamento, a sua velocidade diminui 12 m/s, calcule o módulo da desaceleração imposta ao veículo, em m/s^2.

P.83 Uma composição do metrô parte de uma estação, onde estava em repouso, e percorre 100 m com aceleração escalar constante, atingindo 20 m/s. Determine a aceleração escalar α e a duração t do processo.

P.84 Num jogo de futebol de salão, um jogador chuta uma bola rasteira, que parte com velocidade inicial v_0. A bola pára depois de percorrer 18 m, sem colidir com nenhum obstáculo. A bola desacelera com aceleração constante de módulo 1 m/s^2. Determine a velocidade inicial da bola.

P.85 Um carro percorre a distância de 150 m entre dois locais (A e B) de uma estrada, reduzindo sua velocidade escalar de 72 km/h para 36 km/h, com aceleração escalar constante. Mantida a mesma aceleração, determine a distância que o carro percorre, a partir do local B, até parar.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Exercícios propostos de recapitulação

P.86 (Vunesp) O tempo de reação (intervalo de tempo entre o instante em que uma pessoa recebe a informação e o instante em que reage) de certo motorista é 0,7 s, e os freios podem reduzir a velocidade de seu veículo à razão máxima de 5 m/s em cada segundo. Supondo que ele esteja dirigindo à velocidade constante de 10 m/s, determine:

a) o tempo mínimo decorrido entre o instante em que avista algo inesperado, que o leva a acionar os freios, até o instante em que o veículo pára;

b) a distância percorrida nesse tempo.

P.87 (Unicamp-SP) Um automóvel trafega com velocidade constante de 12 m/s por uma avenida e se aproxima de um cruzamento onde há um semáforo com fiscalização eletrônica. Quando o automóvel se encontra a uma distância de 30 m do cruzamento, o sinal muda de verde para amarelo. O motorista deve decidir entre parar o carro antes de chegar ao cruzamento ou acelerar o carro e passar pelo cruzamento antes de o sinal mudar para vermelho. Esse sinal permanece amarelo por 2,2 s. O tempo de reação do motorista (tempo decorrido entre o momento em que o motorista vê a mudança de sinal e o momento em que realiza alguma ação) é 0,5 s.

a) Determine a mínima aceleração constante que o carro deve ter para parar antes de atingir o cruzamento e não ser multado.

b) Calcule a menor aceleração constante que o carro deve ter para passar pelo cruzamento sem ser multado. Aproxime $(1,7)^2$ para 3,0.

P.88 (Olimpíada Brasileira de Física) Um motorista pisa bruscamente no freio do seu carro fazendo-o parar no tempo de 2 segundos. O carro deixa marcas de comprimento igual a 5 metros no asfalto. Qual era a velocidade do carro no instante que o motorista "pisa no freio"?
Considere que a trajetória do carro seja retilínea durante a freada e que sua aceleração escalar seja constante.

P.89 (Unicamp-SP) Um corredor de 100 metros rasos percorre os 20 primeiros metros da corrida em 4,0 s com aceleração constante. A velocidade atingida ao final dos 4,0 s é então mantida constante até o final da corrida.

a) Qual é a aceleração do corredor nos primeiros 20 m da corrida?

b) Qual é a velocidade atingida ao final dos primeiros 20 m?

c) Qual é o tempo total gasto pelo corredor em toda a prova?

P.90 (Efoa-MG) Um trem de 160 metros de comprimento está parado, com a frente da locomotiva posicionada exatamente no início de uma ponte de 200 metros de comprimento, num trecho retilíneo de estrada. Num determinado instante, o trem começa a atravessar a ponte com aceleração de 0,8 m/s^2, que se mantém constante até que ele atravesse completamente a ponte.

a) Qual é o tempo gasto pelo trem para atravessar completamente a ponte?
b) Qual é a velocidade no instante em que ele abandona completamente a ponte?

P.91 (Vunesp) Uma norma de segurança sugerida pela concessionária de uma auto-estrada recomenda que os motoristas que nela trafegam mantenham seus veículos separados por uma "distância" de 2,0 segundos.

a) Qual é essa distância, expressa adequadamente em metros, para veículos que percorrem a estrada com a velocidade constante de 90 km/h?
b) Suponha que, nessas condições, um motorista freie bruscamente seu veículo até parar, com aceleração constante de módulo 5,0 m/s^2, e o motorista de trás só reaja, freando seu veículo, depois de 0,50 s. Qual deve ser a aceleração mínima do veículo de trás para não colidir com o da frente?

P.92 Um carro viaja com velocidade de 90 km/h num trecho retilíneo de uma rodovia. Subitamente, o motorista vê um cavalo parado na pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15 m. O motorista freia o carro à taxa constante de 5,0 m/s^2, mantendo-o em sua trajetória retilínea e consegue parar antes de atingir o cavalo, que permaneceu imóvel durante todo o tempo. A que distância mínima do animal o motorista deve tê-lo avistado?

Testes propostos

T.57 (PUC-RS) Dizer que um movimento se realiza com uma aceleração escalar constante de 5 m/s^2 significa que:

a) em cada segundo o móvel se desloca 5 m.
b) em cada segundo a velocidade do móvel aumenta de 5 m/s.
c) em cada segundo a aceleração do móvel aumenta de 5 m/s.
d) em cada 5 s a velocidade aumenta de 1 m/s.
e) a velocidade é constante e igual a 5 m/s.

T.58 (Unirio-RJ) Caçador nato, o guepardo é uma espécie de mamífero que reforça a tese de que os animais predadores estão entre os bichos mais velozes da natureza. Afinal, a velocidade é essencial para os que caçam outras espécies em busca de alimentação.

S. L. MATTON BILD / CID

O guepardo é capaz de, saindo do repouso e correndo em linha reta, chegar à velocidade de 72 km/h em apenas 2,0 segundos, o que nos permite concluir, em tal situação, ser o módulo de sua aceleração escalar média, em m/s^2, igual a:

a) 10 **b)** 15 **c)** 18 **d)** 36 **e)** 50

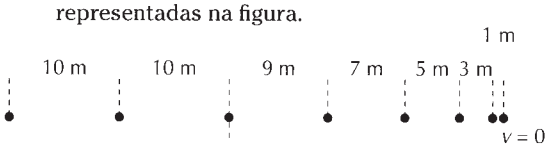
T.59 (FEI-SP) A tabela dá os valores da velocidade escalar instantânea de um móvel em função do tempo, traduzindo uma lei de movimento que vale do instante $t = 0$ s até o instante $t = 5{,}0$ s.

t	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	s
v	7	10	13	16	19	cm/s

A respeito desse movimento podemos dizer que:

a) é uniforme.
b) é uniformemente variado com velocidade inicial nula.
c) é uniformemente acelerado com velocidade inicial diferente de zero.
d) sua aceleração escalar é variável.
e) nada se pode concluir.

T.60 (Uece) Um automóvel desloca-se numa estrada reta com velocidade constante de 36 km/h. Devido a um vazamento, o carro perde óleo à razão de uma gota por segundo. O motorista pisa no freio, introduzindo uma aceleração constante de retardamento, até parar. As manchas de óleo deixadas na estrada, durante a freada, estão representadas na figura.



Movimento uniforme Carro sob a ação dos freios

Pode-se concluir que a aceleração de retardamento vale, em módulo:

a) 1 m/s^2 **d)** 4 m/s^2
b) 2 m/s^2 **e)** nenhum desses valores
c) 3 m/s^2

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

T.61 (UEPB) Um automóvel move-se com velocidade constante de 20 m/s por uma avenida e aproxima-se de um semáforo com fiscalização eletrônica, situado em frente a uma escola. Quando o automóvel se encontra a 60 metros do semáforo, o sinal muda de verde para amarelo, permanecendo amarelo por um tempo de 2,0 segundos. Portanto, a menor aceleração constante que o carro deve ter para passar pelo semáforo e não ser multado, em m/s^2, vale:

a) 10
b) 6,0
c) 8,0
d) 7,0
e) 12

T.62 (UEL-PR) Um móvel efetua um movimento retilíneo uniformemente variado obedecendo à função horária $s = 10 + 10t - 5{,}0t^2$, na qual o espaço s é medido em metros e o instante t em segundos. A velocidade do móvel no instante $t = 4{,}0$ s, em m/s, vale:

a) 50
b) 20
c) 0
d) −20
e) −30

T.63 (Olimpíada Paulista de Física) Um avião a jato, partindo do repouso, é submetido a uma aceleração constante de 4,0 m/s^2. Qual é o intervalo de tempo Δt de aplicação dessa aceleração para que o jato atinja a velocidade de decolagem de 160 m/s? Qual é a distância d percorrida até a decolagem?

a) $\Delta t = 80{,}0$ s e $d = 400$ m
b) $\Delta t = 20{,}0$ s e $d = 1.600$ m
c) $\Delta t = 20{,}0$ s e $d = 3.200$ m
d) $\Delta t = 40{,}0$ s e $d = 1.600$ m
e) $\Delta t = 40{,}0$ s e $d = 3.200$ m

T.64 (Olimpíada Brasileira de Física) Uma partícula executa um movimento retilíneo uniformemente variado. Num dado instante, a partícula tem velocidade 50 m/s e aceleração negativa de módulo 0,2 m/s^2. Quanto tempo decorre até a partícula alcançar a mesma velocidade em sentido contrário?

a) 500 s
b) 250 s
c) 125 s
d) 100 s
e) 10 s

T.65 (Univali-SC) Um ponto material percorre uma trajetória retilínea segundo a equação horária $s = 4 + 6t + t^2$ (s em metros e t em segundos). No intervalo de tempo entre os instantes $t = 1$ s e $t = 6$ s, a velocidade escalar média, em m/s, é:

a) 6
b) 11
c) 13
d) 34
e) 59

T.66 (Fatec-SP) Uma partícula tem seu espaço s variando com o tempo t segundo a função:

$$s = 28 - 15t + 0{,}5t^2$$

com s em metros e t em segundos. Pode-se afirmar que:

a) a aceleração é 1,0 m/s^2, e o movimento é acelerado no intervalo de $t = 0$ a $t = 3{,}0$ s.
b) a aceleração é 0,5 m/s^2, e o movimento é acelerado no intervalo de $t = 0$ a $t = 3{,}0$ s.
c) a aceleração é 0,5 m/s^2, e o movimento é retardado no intervalo de $t = 0$ a $t = 3{,}0$ s.
d) a partícula inverte o sentido de movimento no instante $t = 15$ s.
e) o movimento se torna uniforme a partir do instante t = 15 s.

T.67 (FMABC-SP) A função horária do movimento de uma partícula é expressa por $s = t^2 - 10t + 24$ (s em metros e t em segundos). O espaço do móvel ao mudar de sentido é:

a) 24 m
b) −25 m
c) 25 m
d) 1 m
e) −1 m

T.68 (Mackenzie-SP) Um trem de 120 m de comprimento se desloca com velocidade escalar de 20 m/s. Esse trem, ao iniciar a travessia de uma ponte, freia uniformemente, saindo completamente da mesma 10 s após com velocidade escalar de 10 m/s. O comprimento da ponte é:

a) 150 m
b) 120 m
c) 90 m
d) 60 m
e) 30 m

T.69 (Vunesp) Um ponto material com movimento retilíneo uniformemente variado passa pelo ponto A de uma reta com velocidade de 15 m/s, dirigindo-se para o ponto B dessa mesma reta. Se a distância AB é de 40 m e o intervalo de tempo desse percurso é de 5,0 s, a velocidade desse ponto material ao passar por B é de:

a) 30 m/s
b) 15 m/s
c) 10 m/s
d) 5,0 m/s
e) 1,0 m/s

T.70 (Uniube-MG) Durante uma viagem pelo interior de São Paulo, um motorista de carro desloca-se retilineamente com velocidade constante de 72 km/h quando vê uma vaca parada no meio da estrada a 100 m de distância. Imediatamente ele aciona os freios, adquirindo uma aceleração escalar de módulo 5 m/s^2. Pode-se afirmar que o motorista:

a) não conseguirá evitar a colisão com o animal.
b) conseguirá parar o carro exatamente na frente do animal.
c) conseguirá parar o carro a 60 m do animal.
d) conseguirá parar o carro a 50 m do animal.
e) conseguirá parar o carro a 40 m do animal.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

T.71 (UEPB) Dois automóveis, A e B, deslocam-se um em direção ao outro numa competição. O automóvel A desloca-se a uma velocidade de 162 km/h; o automóvel B, a 108 km/h. Considere que os freios dos dois automóveis são acionados ao mesmo tempo e que a velocidade diminui a uma razão de 7,5 m/s, em cada segundo. Qual é a menor distância entre os carros A e B para que eles não se choquem?

a) 135 m **c)** 210 m **e)** 75 m
b) 60 m **d)** 195 m

T.72 (UCPel-RS) Um carro aproxima-se de uma sinaleira com velocidade constante. Quando a distância entre o carro e a sinaleira é de 27,5 m, a luz vermelha acende e o motorista demora ainda 5,0 s para aplicar os freios. Estes imprimem ao carro uma desaceleração constante de 5,0 m/s^2. Qual era a velocidade constante do carro, sabendo-se que ele pára ao completar os 27,5 m?

a) 5,5 m/s
b) aproximadamente 60 km/h
c) 72 km/h
d) 7,0 m/s
e) 18 km/h

T.73 (ITA-SP) De uma estação parte um trem A com velocidade constante $v_A = 80$ km/h. Depois de certo tempo, parte dessa mesma estação um outro trem B, com velocidade constante $v_B = 100$ km/h. Depois de um tempo de percurso, o maquinista de B verifica que o seu trem se encontra a 3 km de A; a partir desse instante ele aciona os freios indefinidamente, comunicando ao trem uma aceleração $\alpha = -50$ km/h^2. O trem A continua no seu movimento anterior. Nessas condições:

a) não houve encontro dos trens.
b) depois de duas horas o trem B pára e a distância que o separa de A é de 64 km.
c) houve encontro dos trens depois de 12 min.
d) houve encontro dos trens depois de 36 min.
e) não houve encontro dos trens; continuam caminhando e a distância que os separa agora é de 2 km.

T.74 (PUC-Campinas-SP) No instante em que a luz verde do semáforo acende, um carro ali parado parte com aceleração constante de 2,0 m/s^2. Um caminhão, que circula na mesma direção e no mesmo sentido, com velocidade constante de 10 m/s, passa por ele no exato momento da partida. Podemos, considerando os dados numéricos fornecidos, afirmar que:

a) o carro ultrapassa o caminhão a 200 m do semáforo.
b) o carro não alcança o caminhão.
c) os dois veículos seguem juntos.
d) o carro ultrapassa o caminhão a 40 m do semáforo.
e) o carro ultrapassa o caminhão a 100 m do semáforo.

T.75 (Olimpíada Brasileira de Física) Quando o sinal abre, um carro parado inicia um movimento uniformemente acelerado, sendo neste mesmo instante ultrapassado por um caminhão que se move com velocidade escalar constante v_0. A velocidade escalar do carro no momento que ultrapassa o caminhão é:

a) $1{,}1v_0$
b) $1{,}2v_0$
c) $1{,}5v_0$
d) $2{,}0v_0$
e) $2{,}5v_0$

T.76 (Uerj) O movimento retilíneo uniformemente acelerado de um objeto pode ser representado pela seguinte progressão aritmética:

7	11	15	19	23	27	...

Esses números representam as variações do espaço, em metros, realizadas pelo objeto, a cada segundo. Portanto, a função horária dos espaços, em unidades SI, que descreve a posição desse objeto pode ser:

a) $3t + 4t^2$
b) $5t + 2t^2$
c) $1 + 2t + 4t^2$
d) $2 + 3t + 2t^2$

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Da decolagem ao pouso

Após a corrida ao longo da pista, o piloto puxa suavemente o manche e o avião decola. O movimento inicial da aeronave na pista é um movimento acelerado: o avião sai da imobilidade e corre até atingir a velocidade necessária para a subida. Essa velocidade, que se mantém constante durante a subida, depende de vários fatores, podendo variar conforme a massa da aeronave e as condições atmosféricas locais.

Quando o nível de cruzeiro é atingido, o piloto nivela o aparelho e faz os ajustes necessários para a viagem. A velocidade em que a maior parte do vôo se realiza é chamada **velocidade de cruzeiro** e é constante. Portanto, o avião executa um movimento acelerado na pista e, em seguida, dois movimentos uniformes: um durante a subida e outro ao atingir o nível de vôo.

CORTESIA DA EMBRAER S.A. / TODOS OS DIREITOS RESERVADOS

CORTESIA DA EMBRAER S.A. / TODOS OS DIREITOS RESERVADOS

CORTESIA DA EMBRAER S.A. / TODOS OS DIREITOS RESERVADOS

A seqüência de fotos mostra o jato Embraer-170, de fabricação nacional, desde o momento da decolagem até o instante em que atinge a velocidade de cruzeiro, isto é, a velocidade que vai ser mantida constante durante o vôo na altitude estipulada.

Na descida ocorre o inverso, a velocidade de cruzeiro é reduzida e o avião desce com a menor velocidade possível. Ao tocar a pista o movimento passa a ser retardado até a completa imobilização do avião.

É importante salientar que as velocidades indicadas nos instrumentos do avião não correspondem à velocidade em relação ao solo. O movimento é relativo. Por exemplo, um avião que esteja voando com velocidade indicada no velocímetro do painel de 900 quilômetros por hora, poderá estar se deslocando em relação ao solo a 600 quilômetros por hora, desde que enfrente um vento contrário de 300 quilômetros por hora. A recíproca é verdadeira: se a massa de ar estiver a favor, a velocidade em relação ao solo aumenta. Como algumas correntes aéreas são constantes, os aviadores fazem uso delas para economizar combustível e chegar mais rapidamente ao seu destino.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Teste sua leitura

L.3 (PUC-RJ) Um avião necessita de uma velocidade horizontal mínima, relativa ao ar, de 17 m/s, para levantar vôo. Ao decolar, num certo dia, contra um vento de 3 m/s, o avião precisou percorrer a distância de $L = 50$ m na pista, com MUV. Determine:

a) a velocidade horizontal mínima do avião relativa ao solo;
b) a aceleração sofrida pelo avião (despreze a resistência do ar);
c) o tempo que o avião levou para deixar o solo.

O enunciado a seguir refere-se às questões **L.4** a **L.6**.

(UFSJ-MG) Um dos acidentes mais terríveis da aviação mundial ocorreu em julho de 2000, envolvendo o Concorde da companhia Air France, que fazia o vôo AF 4590 entre os aeroportos Charles de Gaulle (CDG) de Paris e o John Fitzgerald Kennedy (JFK) de Nova Iorque, e que foi fretado por turistas alemães. Segundo as autoridades francesas (fonte: jornais *Liberation* e *Le Monde*), não houve negligência ou falha humana nesse acidente, mas uma série de falhas mecânicas que culminou com a queda do avião. Levando em consideração as notícias divulgadas e as declarações das testemunhas oculares do acidente, imaginamos o seguinte diálogo entre a torre de controle e o comando do avião:

Torre: — AF 4590, positivo, permissão para a decolagem, câmbio!

Comando: — Ok, torre, dando seqüência à decolagem, câmbio! (parte o avião)

Comando: — Atenção, tripulação, para a decolagem!

Torre: — AF 4590, há indícios de fogo no motor 2, câmbio!

Comando: — Positivo, iniciando corte no motor 2, câmbio!

Torre: — AF 4590, fogo aumentando no motor 2, câmbio!

Torre: — AF 4590, tentar manobra de aborto da decolagem, câmbio!

Comando: — Impossível, torre, tentando o procedimento 2, câmbio!

L.4 Sabendo que cada frase do diálogo acima durou, em média, 4 s, e supondo que a pista de decolagem do aeroporto CDG tem 2,0 km e que o Concorde tem aceleração de 4,0 m/s^2 para poder levantar vôo, qual a velocidade do avião no momento em que a torre conclui a ordem de abortar a decolagem?

a) 288,0 km/h
b) 345,6 km/h
c) 403,2 km/h
d) 460,8 km/h

L.5 Qual é a distância percorrida pelo avião até aquele momento?

a) 1.600 m
b) 1.152 m
c) 800 m
d) 1.920 m

L.6 Supondo que a aceleração do reverso (mecanismo de frenagem do avião) do Concorde seja 2,5 m/s^2, qual seria a distância necessária para que os pilotos conseguissem parar o avião completamente?

a) 1.280 m
b) 1.000 m
c) 500 m
d) 1.500 m

L.7 (FMTM-MG) Um avião começa a se preparar para o pouso, isto é, começa a reduzir sua velocidade de cruzeiro, v_C, 10 minutos antes de atingir, com velocidade v_P, a cabeceira da pista, cuja extensão é de 1.500 m. Suponha que ele utilize toda a pista para reduzir sua velocidade a 18 km/h, com a qual se movimenta até o local de desembarque dos passageiros. Sabendo que o módulo das acelerações médias de freamento desse avião são 0,30 m/s^2 no ar e de 2,4 m/s^2 na pista, determine:

a) a velocidade com que o avião atinge a cabeceira da pista;
b) a velocidade de cruzeiro desse avião.

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.

Atividade experimental

Realizem a experiência com supervisão de seu professor.

Análise de um movimento uniformemente variado

Em grupo, improvisem uma canaleta unindo, com fita crepe, dois tubos de PVC rígido com cerca de 1 m de comprimento (foto I).

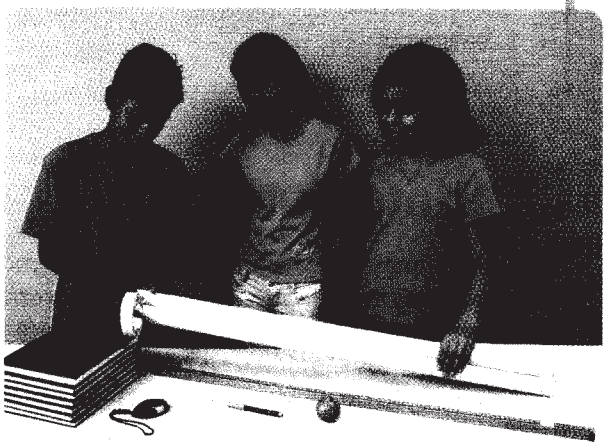
Apóiem os tubos numa pilha de livros de modo que a parte mais alta fique a 15 cm da superfície. Utilizem uma régua milimetrada para medir distâncias ao longo da canaleta formada e marquem nos tubos as distâncias de 15 cm em 15 cm (foto II).

Façam uma esfera percorrer, a partir do repouso, em experimentos sucessivos, as distâncias de 15 cm, 30 cm, 45 cm, 60 cm e 90 cm. Cronometrem o tempo de cada um dos percursos. Para facilitar a cronometragem, coloquem obstáculos em cada posição, a fim de parar o cronômetro exatamente no instante da batida (foto III).

Construam uma tabela indicando na 1ª coluna os valores de s, em cm, e na 2ª coluna os valores de t, em s.

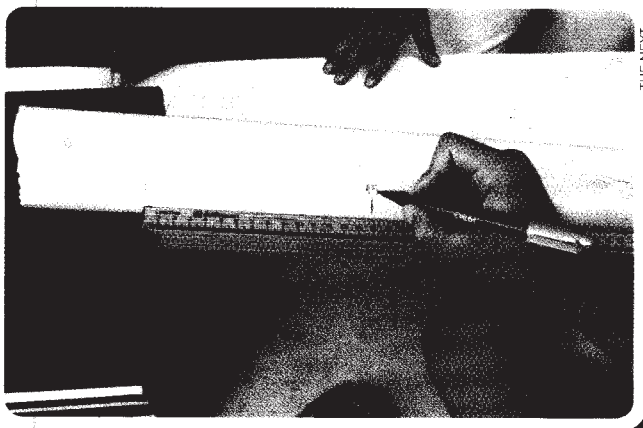
Analisando a tabela, respondam:

- A esfera percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais?
- O movimento é uniforme ou é variado?
- Sendo $s_0 = 0$ (a esfera parte da origem) e $v_0 = 0$ (a esfera parte do repouso), os valores obtidos obedecem à função $s = \frac{1}{2}\alpha t^2$, com α constante? Para isso, verifique se $\frac{2s}{t^2} = \alpha$ é ou não constante.
- O movimento é uniformemente variado?
- Em caso afirmativo, qual é a aceleração do movimento da esfera?
- Qual é a velocidade média do movimento da esfera após percorrer 90 cm?
- Qual é a velocidade da esfera ao atingir a posição cujo espaço é $s = 90$ cm?



THE NEXT

▲ Foto I



THE NEXT

▲ Foto II

THE NEXT

▲ Foto III

Reprodução proibida. Art. 184 do Código Penal e Lei 9.610 de 19 de fevereiro de 1998.